

# 株式運用における選好ファクターに関する 統計的モデリング

明治大学大学院先端数理科学研究科特任准教授 田野倉 葉子

## 目 次

1. はじめに
2. データと5種のファクター特性インデックス
3. TARモデルによるトレンドの抽出
4. 一般化パワー寄与率による変動の相互関係の抽出
5. おわりに

### 1. はじめに

株価は収益や配当、過去の株価など銘柄特有のさまざまな属性情報に基づいたファクター(要因)によって変動するといわれている。例えば、低PER(株価/一株あたりの当期利益)、低PBR(株価/一株あたりの純資産)、高配当利回り、低株価リターンといったファクター特性をもつ銘柄群は良好なパフォーマンスを実現することが各国の市場分析においてしばしば報告されている(例えば、Rosenberg, Reid and Lanstein 1984、Fama and French 1998、Chan, Hamao and Lakonishok 1991)。その他パフォーマンス効果のあるファクター特性としては、小型株(Banz 1981)、株価モメンタム(過去の株価リターンが高い; Jegadeesh and Titman 1993)などが報告されている。筆者がかつて証券会社で在職時に携わった日本の株式市場分析においても同様の検証結果が得られた。株

式市場は過去の業績よりむしろ業績予想に基づいたファクターを選好することが多い。しかし、特定のファクター特性が常に選好されることはなく、なんらかの要因が引き金となって選好されるファクター特性は、時とともに循環的に変化する傾向が見受けられた。一方、低ボラティリティ(低リスク)が選好されることはかねてから実証研究で指摘されていた(Haugen and Heins 1975)が、2008~09年に起きた世界的金融危機後になってようやく投資家の注目を集めるようになった。S&P Low Volatility Indexなど投資に向けたインデックスが相次いで構築・公表され、多くの低ボラティリティETFが発売されている。そういった中、日本でも年金積立金管理運用独立行政法人(GPIF)がスマートベータに代表されるファクター投資戦略を採用するなど株式銘柄のファクター特性のパフォーマンス効果が再び注目を集めるようになった。

ファイナンス理論における関連したテーマ

たとえば、Fama (1970) が提唱した効率的市場仮説がよく知られている。すなわち、資産価格は入手可能なすべての関連情報を瞬時に反映するものであって、予想外の新情報によってのみ変動する。したがって、過去の情報に基づく分析はまったく役に立たないことになる。しかし、前述の先行研究をはじめこの性質を覆すと推測される実証結果が多く報告されており、ファイナンス理論の研究者の間ではこの現象の解釈が長く議論されてきた。本研究は、この現象の存在を最大限に活用する実用的な投資手法の開発を目指して、統計的手法を適用することで日本の株式市場が選好するファクター特性の特徴を明らかにする。前述の先行研究の中にはファクター効果を検証する方法においていくつか共通項が見受けられた。ファクターの値により銘柄を分類して作成したポートフォリオのパフォーマンスを計測する（例えば、5分位に分けてその最高分位の銘柄群と最低分位の銘柄群のパフォーマンスを計測する）ポートフォリオアプローチを採用していたこと、ほとんどが単一変数を扱っていたが複数の変数を扱ったものは銘柄を分類する過程があらかじめ主観的に定められていたこと、多くが長期投資を想定して数年間にわたるパフォーマンスを分析したことなどである。このように、リターンの観点からファクター特性の効果を分析する研究が多く見受けられた。本研究は統計的手法を適用してファクター特性の効果を長期間にわたる変動の相互関係の観点から分析するもので、筆者の知る限りではこのような手法を適用した分析は見当たらなかった。具体的には、日経平均株価指数を構成する各銘柄の5種のファクターの値に基づいたファクター特性、すなわち当期利益予想、低予想PER、低予想PBR、低1年リターン、低1年ボラティリティについて、それぞれファクター特性インデックスを定義し、日経平均株価指数とファクター特性インデックスの各トレンド成分について、長期的な変動の影響の

相互関係を検出する。各トレンド成分は、季節調整モデル (Gersch and Kitagawa 1983, Kitagawa and Gersch 1984, 1996) に基づいたTAR (Trend plus AR) モデルをインデックスにあてはめて抽出する。トレンド成分の長期的な変動として過去3か月の差をとり、これらの系列に対して赤池の相対パワー寄与率 (Akaike 1968) を拡張した一般化パワー寄与率 (Tanokura and Kitagawa 2004, 2015) を適用することでインデックス間の変動の相互関係を計測する。分析の結果、日経平均の長期的なトレンドの上昇期、下降期、あるいは方向が定まらない時期において、それぞれ影響を及ぼすファクター特性の特徴を検出した。さらに、その特徴が循環的に変化する兆しを確認できた。本研究で得られた知見は、時々刻々と変化する金融経済の環境に対応して変化するファクター特性を重視した投資戦略の立案に有益で客観的な情報となることが期待できる。

## 2. データと5種のファクター特性インデックス

### 2.1. データ

分析にあたり、ブルームバーグ社より提供された、日経平均株価指数を構成する225銘柄の時価総額、発行済み株式数、ローリングBPS予想（一株あたりの純資産今期予想の365日ローリング値）、ローリング当期利益予想（当期利益今期予想の365日ローリング値）および日経平均株価指数の各日次データを用いた。分析期間は2005年6月1日から2020年5月21日（3,907日）である。これらのデータに基づき、各銘柄について、ローリング当期利益予想、予想PER、予想PBR、1年リターン、1年ボラティリティの5種のファクターを作成した。ここでは、1年を260日とした。分析期間中、日経平均の構成銘柄の入れ替えは58銘柄あったが、それを反映したデータセットを作成してサバイバーシップバイ

アスを回避した。なお、予想データには時点により欠測が散見された。

## 2.2. 5種のファクターの分布とファクター特性インデックス

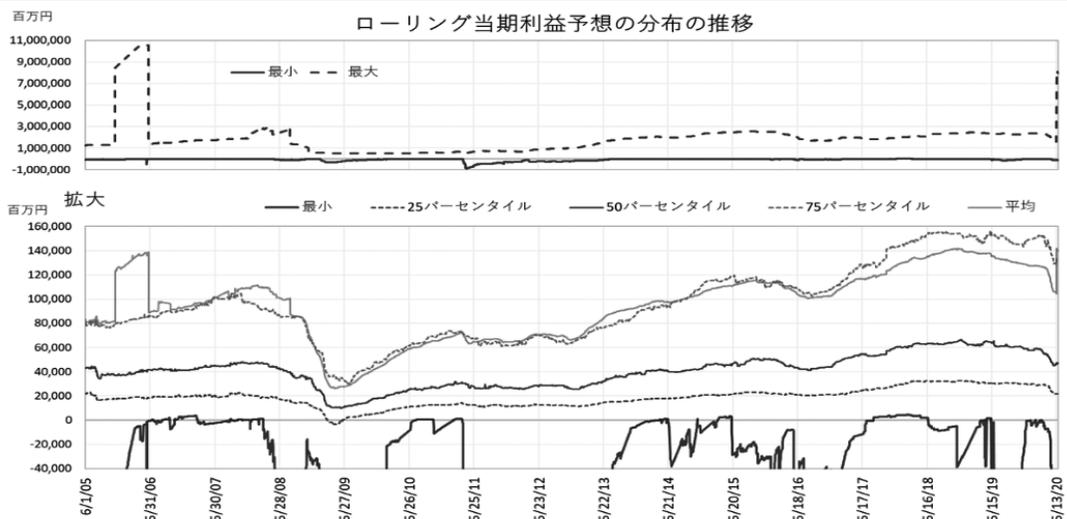
ここでは、日経平均株価指数構成銘柄の各ファクターの値の分布を考察する。図1は各銘柄のローリング当期利益予想の日次分布の推移である。上段のグラフの最大値の推移から、上方に裾が非常に厚く偏った分布であることがわかる。そのため下段の拡大したグラフにある平均は50パーセンタイルから大きく乖離して上方に引き上げられ、75パーセンタイルとほぼ並んだ推移となっている。

同様にして、図2は上部に予想PERと下部に予想PBRの日次分布の推移を示す。それぞれ図1と同じフォーマットの2つのグラフを描いた。各銘柄について、予想PERとして時価総額/ローリング当期利益予想を、予想PBRとして株価/ローリングBPS予想を、それぞれ算出した。上部の予想PERでは、上段のグラフの最大値と最小値の上下変動が

激しい。それに伴って下段の拡大したグラフにある平均値の変動も上下に連動し、特に2008～09年の世界的金融危機時には頻繁に激しく振動しており、これは市場の混乱を反映している。下部の予想PBRの分布では、上段、下段のグラフから非常に上裾が厚い分布であることがわかる。世界的金融危機時には、上段のグラフをみると最大値、最小値ともに大きな変動が起こってその影響を反映しているが、下段のグラフの25、50、75パーセンタイル、平均への影響は比較的小さかったことから、影響を受けた銘柄数は少なかったことがわかる。

図3は図2と同様、上部に1年リターン、下部に1年ボラティリティの日次分布の推移を示す。各銘柄について、1年リターンとしては260日前の株価との比の対数値を、1年ボラティリティとしては日次リターンの260日間の標準偏差の年換算値を、それぞれ算出した。上部の1年リターンでは、上段のグラフから2008～09年の世界的金融危機の影響で下方に裾が急激に重くなった時期があったが、

図1. ローリング当期利益予想の分布の推移。最大と最小（上段）、25、50、75パーセンタイル、平均と最小（下段）。



下段の拡大したグラフとあわせてみると、分布はその後急激に以前の状態に回復していたことがわかる。平均はほぼ50パーセントailと並んでいた。下部の1年ボラティリティの日次分布では、上段、下段のグラフから、世界的金融危機時には分布全体が上方に引き上げられて市場全体のリスク警戒感が反映されたが、分析期間を通してみると上方に裾が厚

い分布が続いていたことがわかる。1年リターンと同様、平均は50パーセントailとほぼ並んだ推移であった。

以上の各ファクターに関する分布の考察に基づき、各ファクターの特性として、当期利益予想、低予想PER、低予想PBR、低1年リターン、低1年ボラティリティの代替指標を定義する。ここでは、先行研究などで取り

図2. 予想PER (上部)、予想PBR (下部) の分布の推移。それぞれ最大と最小 (上段)、25、50、75パーセントail、平均と最小 (下段)。

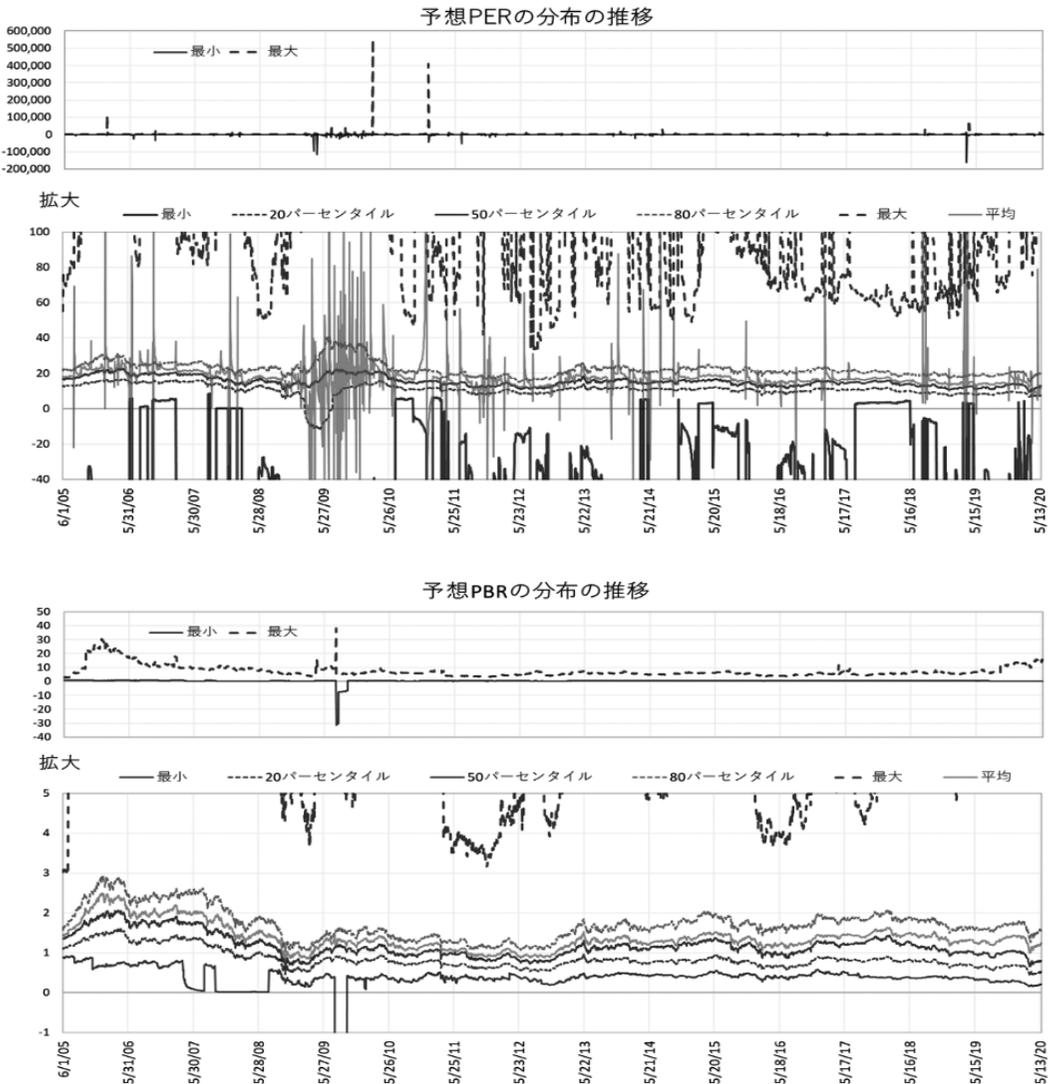
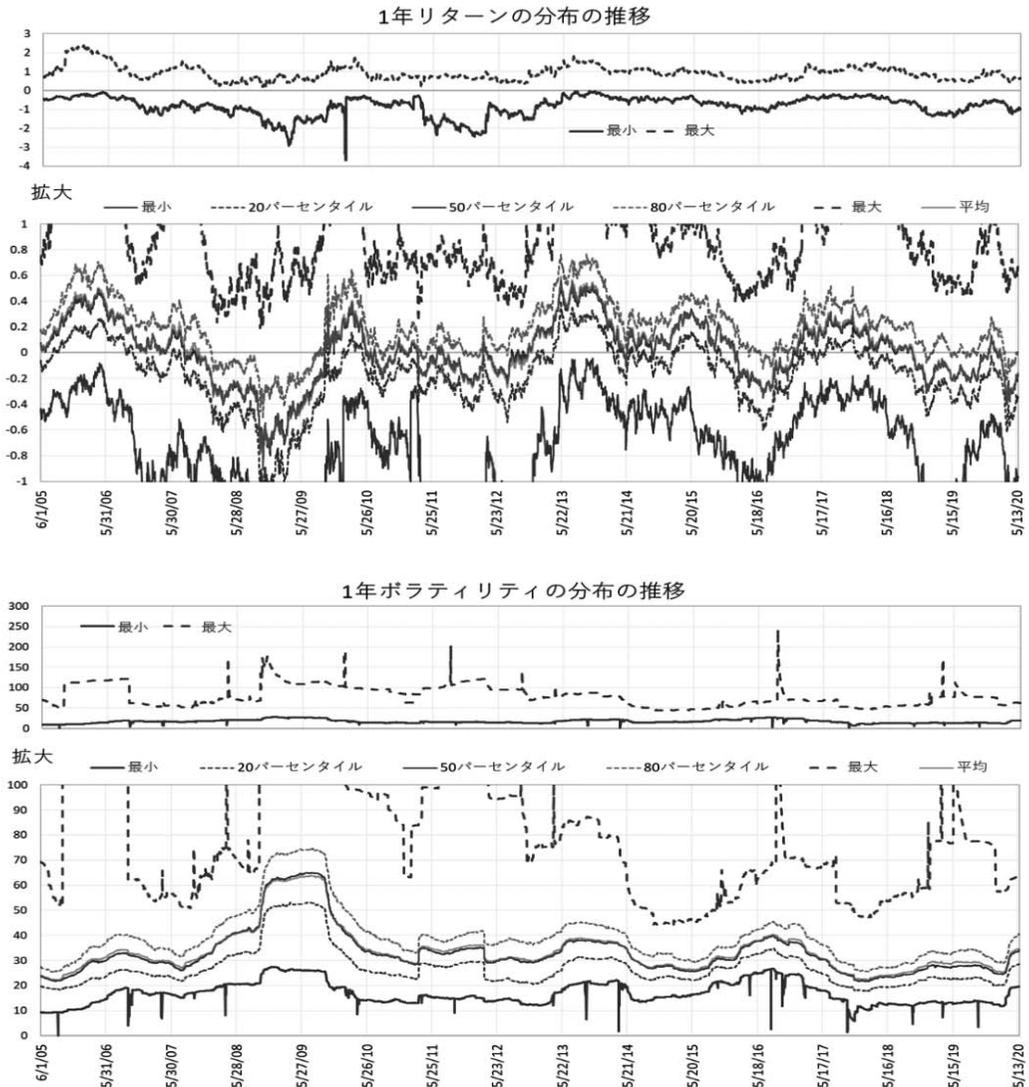


図3. 1年リターン(上部)、1年ボラティリティ(下部)の分布の推移。それぞれ最大と最小(上段)、25、50、75パーセンタイル、平均と最小(下段)。



上げられることが多かった5分位のポートフォリオアプローチを考慮し、またファクターによっては、それぞれの最大値および最小値が特定の銘柄に左右されて極端な値をとることが多かった点などを踏まえ、低予想PER、低予想PBR、低1年リターン、低1年ボラティリティについてはそれぞれ20パーセンタイルの時系列を、当期利益予想については50

パーセンタイルの時系列を、ファクター特性インデックスとみなすことにする。

### 3. TARモデルによるトレンドの抽出

#### 3.1. TARモデル

日経平均および前節で定義した5種のファクター特性インデックスについてそれぞれの

長期的な変動の傾向を把握するために、次に説明する TAR モデルを適用して各トレンド成分を抽出する。

時系列  $y_n$  ( $n=1,2,\dots,N$ ) に対して、次のような TAR (Trend plus AR) モデル

$$(1) \quad y_n = t_n + p_n + w_n$$

をあてはめ、3つの成分に分解する。

第1項目のトレンド成分  $t_n$  は  $k$  次のトレンド成分モデル

$$(2) \quad \Delta^k t_n = v_{n1}, \quad v_{n1} \sim N(0, \tau_1^2)$$

に従うとする。ここで、 $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$  である。 $v_{n1} \sim N(0, \tau_1^2)$  の表記はノイズ  $v_{n1}$  が平均0、分散  $\tau_1^2$  の正規分布に従うことを意味する。

第2項目の定常成分  $p_n$  は  $m$  次の AR (自己回帰) モデル

$$(3) \quad p_n = \sum_{i=1}^m a_i p_{n-i} + v_{n2}, \quad v_{n2} \sim N(0, \tau_2^2)$$

に従うとする。ただし、 $a_i$  は AR 係数で、 $v_{n2}$  はノイズで  $v_{n2} \sim N(0, \tau_2^2)$  とする。最後の観察ノイズ  $w_n$  については  $w_n \sim N(0, \sigma^2)$  とする。

成分モデル(2)と(3)はそれぞれ状態空間モデルで表現できることから、ブロック行列による状態空間モデルを構築してカルマンフィルタを適用し、各モデルのパラメータは最尤法で推定する。

この TAR モデルは、季節調整モデル

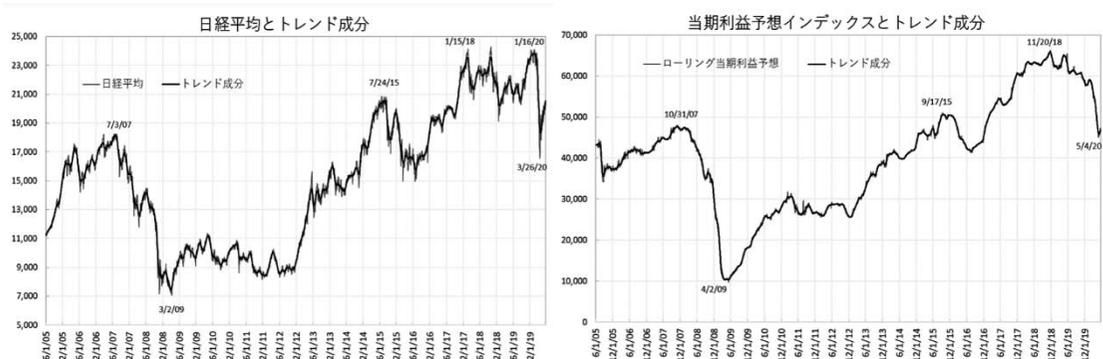
(Gersch and Kitagawa 1983, Kitagawa and Gersch 1984, 1996) において季節成分を除いたモデルである。詳細は北川 (2005) を参照されたい。なお、季節調整モデルは R のパッケージ TIMSAC (<https://jasp.ism.ac.jp/ism/timsac/>) および TSSS (<https://jasp.ism.ac.jp/ism/TSSS/>) において公開されている。

### 3.2. トレンド成分の抽出

2節で定義した5種のファクター特性インデックス (当期利益予想インデックス、低予想 PER インデックス、低予想 PBR インデックス、低1年リターンインデックス、低1年ボラティリティインデックス) および日経平均株価指数にそれぞれ TAR モデルを適用して、各トレンド成分を抽出した。なお、各インデックスにおいて、モデル選択規準 AIC (Akaike 1973) によって(2)のトレンド成分モデルのトレンド次数は2を、(3)の AR 成分モデルの AR 次数は2を選択した。

図4の左のグラフは日経平均 (灰色線) と推定したトレンド成分 (黒線) を示す。金融市場のテクニカル分析では、価格の長期的なトレンドを把握するために移動平均線が一般によく用いられるが、移動平均線が描く山あるいは谷は、価格の山あるいは谷が発生する時点よりやや遅れて現れる時間ラグの存在が知られている。一方、図4で示すように、

図4. 日経平均とトレンド成分 (左) と当期利益予想とトレンド成分 (右)



TAR モデルによって抽出したトレンド成分は日経平均の変動の山と谷をその発生時点の近辺の適切な時点で捉えていることがわかる。これは TAR モデルの適用のメリットである。

さて、この分析期間に起こったイベントを日経平均のトレンド成分と併せて振り返ってみると、2005～07年前半までは企業収益は好調で長期金利も上昇し、日経平均も上昇トレンドにあったが、2007年7月に米サブプライム問題が顕在化し、さらに翌年9月のリーマンショックが引き金となった世界的経済危機に伴い日経平均は大幅下落した。この下降トレンドは2009年3月の危機の沈静化まで続いた。その後、欧州債務危機、東日本大震災が起り、日経平均は長期的なトレンドが定まらない不安定な状態が続いたが、2012年末に安倍内閣が発足し、日銀による異次元の量的・質的金融緩和政策が功を奏して日経平均は大幅に上昇した。2015年後半から消費が減速、円高とともに日経平均は再びトレンドが定まらない状態が続いていたが、2020年初めの新型コロナの感染拡大懸念で3月末にかけて急降下した後リバウンドした。一方、図4の右のグラフは、当期利益予想インデックスと推定したトレンド成分である。図4の左の日経平均の場合と比べると、両者の推移が非常に良く似ている。実際、日経平均と当期

利益予想インデックスの相関係数を計算すると0.921と非常に高い値が得られた。しかし、両者のトレンド成分の山と谷の時点を比べてみると、日経平均が当期利益予想より2、3か月ほど先行していた。株価は景気に先行するといわれるが、景気を支える収益予想動向からも同様のことが示唆できる。

図5は、左のグラフが低予想 PER インデックスとそのトレンド成分、右のグラフが低予想 PBR インデックスとそのトレンド成分である。両者とも、規模は大きく異なるが2008～09年の世界的経済危機の影響を反映してV字型の推移を形成しており、近年は徐々に低下の傾向にあった。低予想 PER、低予想 PBR ともに割安の傾向にあることがわかる。

図6の左のグラフは低1年リターンインデックスとそのトレンド成分を示す。世界的経済危機による急落から2009年2月末で早くも下降トレンドからボトムアウトし、その後のV字型の急上昇は株式市場がいち早く危機から回復したことを反映している。その後は上下変動を繰り返しながら緩やかに低下傾向にある。一方、図6の右のグラフは低1年ボラティリティインデックスとそのトレンド成分を示す。左の低1年リターンインデックスの場合と異なり、世界的金融危機が沈静化した後も2009年7月初めまではしばらく高い値を

図5. 低予想 PER とトレンド成分 (左) と低予想 PBR とトレンド成分 (右)

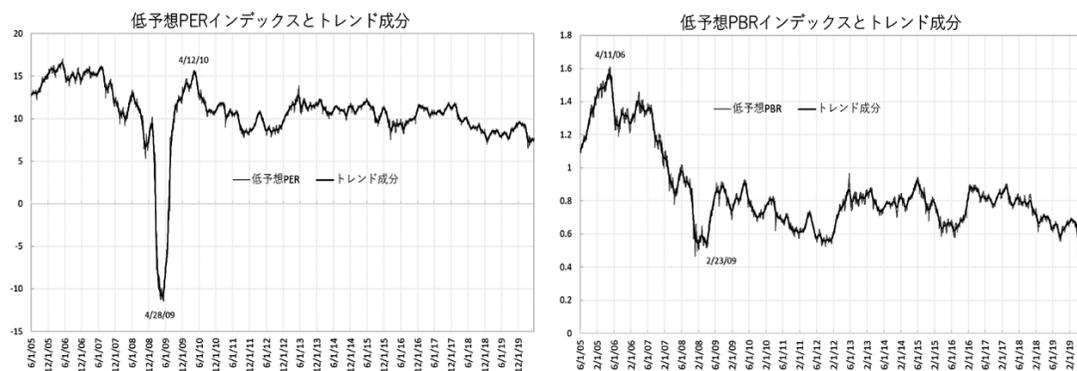
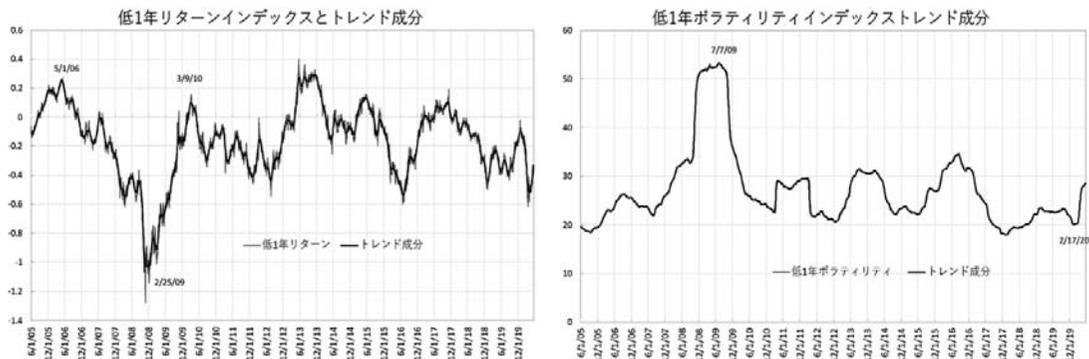


図6. 低1年リターンとトレンド成分 (左)、低1年ボラティリティとトレンド成分 (右)



維持していたことから、リターンの回復と比べて変動リスクに対する市場の警戒感が長引いていたことがわかる。直近では、新型コロナウイルスの感染拡大懸念で2月半ば以降上昇した。なお、グラフは3,907日に及ぶ長期間を表示しているため、低1年ボラティリティインデックスとそのトレンド成分はほとんど同じに見えるが、短い期間をとると緩やかなトレンドを捉えていることに注意したい。

次に、日経平均と5種のファクター特性インデックスの各トレンド成分の長期の変化(差)に焦点を当て、インデックス間の変動の相互関係を分析する。次節で紹介する一般化パワー寄与率は、時間領域における変動を周波数領域における変動に変換して各周波数におけるさまざまな周期変動に分解することで変動の特徴を捉えることができる。

#### 4. 一般化パワー寄与率による変動の相互関係の抽出

##### 4.1. 一般化パワー寄与率

多変量間の変動の相互関係の方向と度合いを計測するツールである一般化パワー寄与率を簡単に説明する。

$l$  変量定常時系列  $\mathbf{y}_n = (y_n(1), y_n(2), \dots, y_n(l))^t$  ( $n=1, \dots, N$ ) に AR 次数  $m$  の多変量 AR モデル

$$(4) \mathbf{y}_n = \sum_{j=1}^m \mathbf{A}_j \mathbf{y}_{n-j} + \mathbf{v}_n$$

をあてはめることを考える。ただし、 $\mathbf{A}_j = (a_j(r, s))$  は  $l \times l$  AR 係数行列で、ノイズ  $\mathbf{v}_n$  は過去の  $\mathbf{y}_n$  とは無相関で、各成分の期待値は0である。このとき、時系列  $y_n(r)$  と時系列  $y_{n-k}(s)$  の相互共分散関数  $C_k(r, s)$  のフーリエ変換である  $P_{rs}(f)$  を  $(r, s)$  成分にもつクロススペクトル行列  $\mathbf{P}(f) = (P_{rs}(f))$  を定義する。ただし、 $-0.5 \leq f \leq 0.5$  である。

$\mathbf{v}_n$  の分散共分散行列を  $\mathbf{W} = (\sigma_{ij})$  とすると、 $\mathbf{P}(f) = \mathbf{A}(f)^{-1} \mathbf{W} (\mathbf{A}(f)^{-1})^*$  が成り立つことがよく知られている (赤池・中川 2000)。ここで、 $^{-1}$  は行列の逆行列、 $^*$  は行列の複素共役を表す。 $\mathbf{A}(f)$  の  $(r, s)$  成分は

$$A_{rs}(f) = \sum_{j=0}^m a_j(r, s) \exp(-2\pi i j f)$$

$a_0(r, r) = -1$ ,  $r \neq s$  のとき  $a_0(r, s) = 0$  とする。簡単のため、 $\mathbf{A}(f)^{-1} = \mathbf{B}(f) = (b_{rs}(f))$  とかくとすると、

$$(5) \mathbf{P}(f) = \mathbf{B}(f) \mathbf{W} \mathbf{B}(f)^*$$

とかける。

ここで、ノイズ  $\mathbf{v}_n$  の各成分が互いに無相関であると仮定すると、 $\mathbf{W}$  は対角行列となるから、周波数  $f$  における時系列  $y_n(r)$  のパワースペクトルは(5)の対角成分で、

$$(6) \quad p_{rr}(f) = \sum_{s=1}^l b_{rs}(f) \sigma_{ss} b_{rs}(f)^* \\ = \sum_{s=1}^l |b_{rs}(f)|^2 \sigma_{ss}$$

と  $l$  個のノイズの影響の和として表される。  
したがって、赤池の相対パワー寄与率は

$$(7) \quad r_{rs}(f) = |b_{rs}(f)|^2 \sigma_{ss} / p_{rr}(f)$$

と比の形で定義される (Akaike 1968)。し  
かしながら、ノイズの無相関性の仮定のため  
系列相関が高い金融・経済時系列に対して赤  
池の相対パワー寄与率の適用は難しい。そこ  
で、この概念を一般の分散共分散行列の場合  
に拡張したのが一般化パワー寄与率である

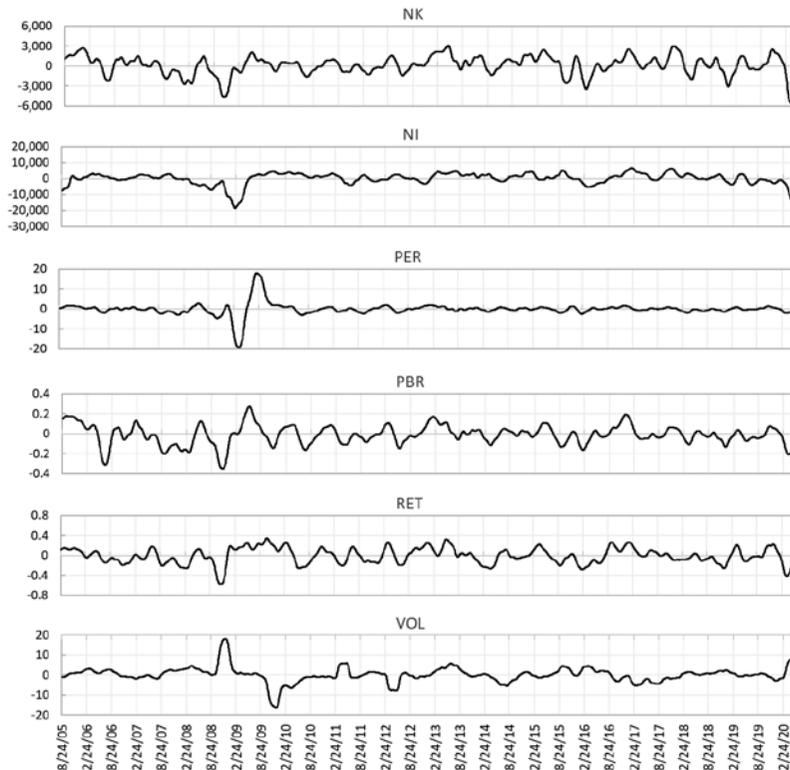
(Tanokura and Kitagawa 2004, 2015)。

複数の変数間の相関をモデル化してノイズ  
の分散共分散行列  $\mathbf{W}$  を高々  $l(l+1)/2$  個の行  
列に分解することにより、パワースペクトル  
は

$$(8) \quad p_{rr}(f) = \sum_{k=0}^{l-2} \sum_{j=1}^{k+1} q_{l-(k+1)+j,j} \sum_{h=1, h \neq r}^l \sum_{g=1, g \neq r}^l \\ c_{rjk}(h) c_{rjk}(g)^* + \sum_{j=1}^l q_{jj} |b_{rj}(f)|^2$$

と高々  $l(l-1)/2$  個の複数の変数が関わるノイ  
ズと  $l$  個の単一の変数からのノイズの影響の  
和に表現できる。ただし、 $c_{rjk}(h) = i_{jk}(h) b_{rh}(f)$   
で  $i_{jk}(h)$  は相関係数に応じて 0、1、-1 の値を  
とる。したがって、一般化パワー寄与率は

図 7. トレンド成分の 3 か月変化。上から、NK (日経平均)、NI (当期利益予想)、  
PER (低予想 PER)、PBR (低予想 PBR)、RET (低 1 年リターン)、  
VOL (低 1 年ボラティリティ)



$$(9) \quad \tilde{r}_{ijk}(f) = \begin{cases} q_{l-(k+1)+j,j} \sum_{h=1, h \neq f}^l \sum_{g=1, g \neq f}^l c_{r,jk}(h) c_{r,jk}(g)^* / p_{rr}(f), \\ k=0, \dots, l-2; j=1, \dots, k+1, \\ q_{l-(k+1)+j,j} |b_{ij}(f)|^2 / p_{rr}(f), k=l-1; j=1, \dots, l \end{cases}$$

と定義される。上段は複数の変数から同時に入るノイズの寄与で相関ノイズと呼び、下段は単一の変数からのノイズの寄与で独立ノイズと呼ぶ。

#### 4.2. 変動の相互関係の抽出

日経平均と5種のファクター特性インデックスの各トレンド成分で長期的な変化として過去3か月(60日)の差をとり、これらの日次系列に一般化パワー寄与率を適用してインデックス間の変動の相互関係を調べた。図7は、日経平均と5種のファクター特性インデックス(当期利益予想、低予想PER、低予想PBR、低1年リターン、低1年ボラティリティ)のトレンド成分の3か月変化を示す。以後、これらの系列を、NK、NI、PER、PBR、RET、VOLと名付けることにする。

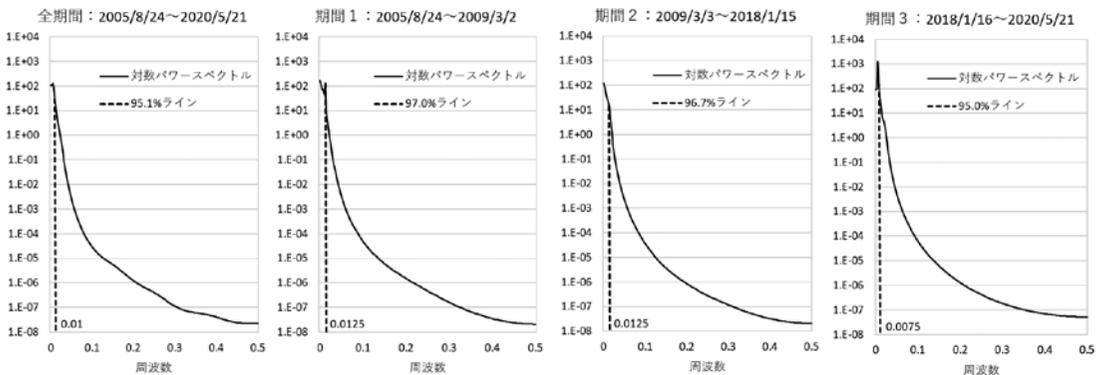
ここで、2005年8月24日から2020年5月21日までの分析期間を、期間中に起きた金融危機などさまざまなイベントを考慮して次の3つの期間に分ける。まず、期初から世界的金融危機により日経平均が最安値を記録した期間1(2005年8月24日から2009年3月2日)、

その後のギリシャの債務危機を発端に広がった欧州信用不安でトレンドが定まらない時期を経て、東日本大震災、安倍内閣の発足、日銀による金融緩和政策などで日経平均が大きく上昇した期間2(2009年3月3日から2018年1月15日)、再びトレンドが定まらないなか新型コロナウイルスの感染拡大懸念が勃発した直近の期間3(2018年1月16日から2020年5月21日)である。

さて、全期間、期間1、2、3のそれぞれの期間における6系列に対して6変量ARモデルをあてはめ、一般化パワー寄与率を計算した。一般化パワー寄与率は、変数相互の変動が影響を及ぼす度合いを同時に計測するものであるが、ここでは、日経平均がその構成銘柄の属性に基づいたファクター特性の変動からどのように影響を受けて変動しているかに焦点を当てる。つまり、NKのパワースペクトルに対するNK自身、NI、PER、PBR、RET、VOLのさまざまな組み合わせから成るノイズからの寄与を計測した。

図8は、左から順に、全期間、期間1、2、3の各期間におけるNKのパワースペクトルを示すが、どれも横軸の周波数の値が0の近辺で非常に高く尖った形状であったため、対数目盛で表示した。このように、NKの変動はパワースペクトルによって各周波数にお

図8. 左から順に、全期間、期間1、2、3の各期間における日経平均(NK)のパワースペクトル(対数目盛)と95%以上を占める周波数領域の上限値



るさまざまな周期変動の和として表現される。各グラフの点線は、全変動のうち95%以上を占める周波数領域の上限の値を表す。全期間（左端）では、周波数領域  $[0, 0.01]$  における変動、すなわち100日以上周期変動がNKの全変動の95.1%を占めることがわかる。同様に、期間1（左から2番目）および2（右から2番目）ではともに周波数領域  $[0, 0.0125]$  における変動（80日以上周期変動）がそれぞれ全変動の97.0%、96.7%を占め、期間3（右端）では周波数領域  $[0, 0.0075]$  における変動（133日以上周期変動）が全変動の95.0%を占めていた。このように、どの期間においても日経平均のトレンド変化の変動は低周波（長い周期）の変動が非常に大きく占めていたことがわかる。

各期間で、変動の大半を占める低周波領域における一般化パワー寄与率（%）を図示したのが図9である。全期間（左端）では、NKの変動に対して相関ノイズRET+VOL、PER+VOL+NIの寄与が大きく占めており、独立ノイズVOLの寄与も目を引く。自身の独立ノイズNKの寄与は周波数が0に近づくほど小さくなったが、入れ替わりに独立ノイズPBRの寄与が大きくなった。独立ノイズVOLやRET+VOL、PER+VOL+NI、RET+VOL+NIといった相関ノイズの寄与

が大きいことから、低ボラティリティ（VOL）がNKの変動に大きく関わっていたことがわかる。一方、右にある3つの分割した期間をみると、それぞれの期間における寄与率の大きいノイズはさまざまではあるが、いくつか共通して寄与したノイズの存在が見受けられた。例えば、相関ノイズRET+VOLは期間1、2に共通して比較的大きく寄与したが、期間3になるとNK自身が加わった相関ノイズNK+RET+VOLになった。世界的金融危機が起こった期間1と日経平均のトレンドが定まらなかった期間3では独立ノイズVOLが共通して大きく占めていたが、2つの期間の間にある期間2では、日経平均が大きく上昇し、VOLに代わって当期利益予想のトレンド変化（NI）が関係した相関ノイズRET+NI、PBR+RET+NI、さらに独立ノイズPBRも加わると計68%に達するほど変動の大半を占めていた。このように、期間2ではRET、NI、PBRの3者の影響が台頭していたことがわかる。実際、この期間における日経平均のトレンド成分と当期利益予想のトレンド成分はともに上昇しており、相関係数は0.92と高く連動していた（図4参照）。

このように、日経平均の長期的なトレンドの上昇、下降といった方向によって、その変動に寄与するファクター特性の特徴が検出さ

図9. 左から順に、全期間、期間1、2、3の各期間における日経平均（NK）の一般化パワー寄与率%（ただし、NKの変動の95%以上を占める周波数領域）

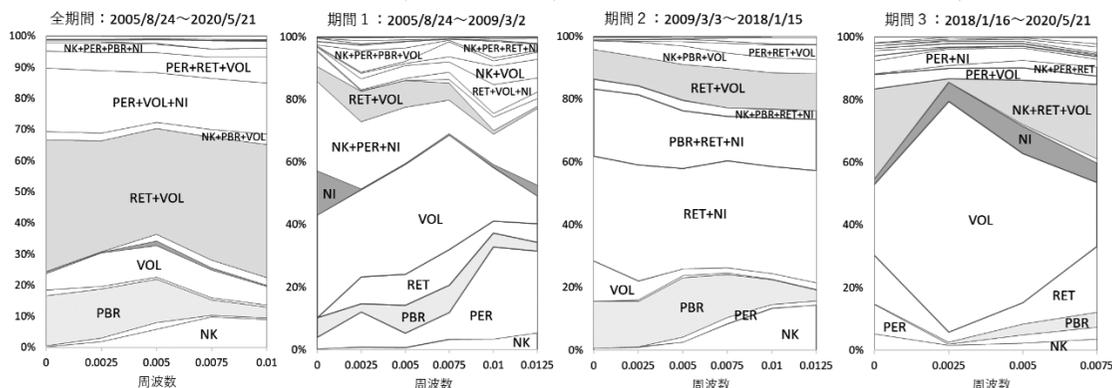


表1. 左から順に、全期間、期間1、2、3の各期間における日経平均（NK）の一般化パワー寄与率%トップ10

全期間：2005/8/24～2020/5/21		期間1：2005/8/24～2009/3/2		期間2：2009/3/3～2018/1/15		期間3：2018/1/16～2020/5/21	
ノイズ	寄与率	ノイズ	寄与率	ノイズ	寄与率	ノイズ	寄与率
RET+VOL	37.8%	VOL	26.4%	RET+NI	34.2%	VOL	45.0%
PER+VOL+NI	18.1%	NK+PER+NI	21.5%	PBR+(RET+NI)	19.9%	NK+(RET+VOL)	15.1%
PBR	12.7%	PER	12.4%	PBR	14.2%	RET	8.5%
VOL	8.7%	RET	5.8%	RET+VOL	10.3%	NI	8.0%
PER+RET+VOL	6.2%	PBR	5.4%	VOL	7.2%	PER+VOL	3.9%
NK	4.4%	RET+VOL	5.2%	NK+PBR+VOL	4.1%	PER+NI	3.8%
NK+PER+PBR+NI	2.9%	NI	4.8%	NK	3.3%	PBR	3.2%
NK+PBR+VOL	2.4%	RET+VOL+NI	3.5%	NK+PBR+(RET+NI)	3.0%	PER	3.0%
NK+PER+NI	1.3%	NK+PBR+VOL	2.4%	PER+RET+VOL	1.1%	NK	2.6%
ALL-VOL	1.1%	NK+VOL	2.3%	NK+PBR	0.6%	NK+PER+RET	2.3%
計	95.6%	計	89.8%	計	97.9%	計	95.4%

れた。さらに、その特徴が循環的に変化する兆しも示唆された。なお、全期間と3期間に分けた場合のAICを比較すると、3つの期間に分けたほうがモデルのあてはまりがよかったことも注意したい。

以上のパワー寄与率分析をまとめて、図9の各期間におけるノイズの寄与率トップ10を示したのが表1である。一般化パワー寄与率はそれぞれの期間で独立ノイズ6種、相関ノイズ15種の計21種のノイズ寄与率を算出するが、どの期間においても1位のノイズは26%～45%と大きくNKの変動を支配し、トップ10のノイズだけで計90%以上に達した。これより、日経平均のトレンドの変動に大きく寄与するファクター特性を少数に特定した投資戦略の立案が可能となることがわかる。

## 5. おわりに

本研究は、低PER（株価/一株あたりの当期利益）、低PBR（株価/一株あたりの純資産）、低ボラティリティといった銘柄特有のさまざまなファクター特性に基づいて株価が変動することに注目して、日経平均株価指数を構成する225銘柄に関する5種のファクターの値に基づいたファクター特性（当期利益予想、低予想PER、低予想PBR、低1年リターン、低1年ボラティリティ）と日経平均

株価指数の長期的な変動の相互関係を2005年6月1日から2020年5月21日までの長期間（3,907日）にわたって分析した。各ファクター特性については、構成銘柄の値の日次分布の推移に基づいてファクター特性インデックスを定義し、日経平均株価指数とファクター特性インデックスからそれぞれトレンド成分をTAR（Trend plus AR）モデルを適用して抽出した。年金運用など長期的な株式投資を視野に入れて各インデックスのトレンドの長期的な変化（3か月差）に焦点を当て、一般化パワー寄与率を適用してインデックス間の変動の相互関係を計測した。分析の結果、日経平均の長期的なトレンドの上昇、下降といった方向によって、その変動に影響を及ぼすファクター特性の特徴を検出し、その特徴の変化が循環的であることを確認できた。株式市場のファクター特性の効果は、ポートフォリオアプローチといったリターンの観点から分析した先行研究が多いが、本研究は統計的手法を適用してファクター特性の効果を長期間の変動の相互関係の観点から分析するものである。本研究で得られた知見は、時々刻々と変化する金融経済の環境に対応したファクター特性を重視した投資戦略の立案に有益で客観的な情報となることが期待できる。さらに、各ファクター特性インデックスを支える個別銘柄の細かい情報を分析することで日経

平均株価指数の構成銘柄の変動特性を明らかにし、リターンの観点もあわせて、ファクター特性の効果を最大限に活用する実用的な投資手法の開発を目指すことを今後の課題としたい。

## 謝 辞

本研究は信託研究奨励金および文部科学省私立大学研究ブランディング事業の助成を受けたものです。また、本稿の作成にあたり北川源四郎教授（東京大学）より有益なコメントをいただきました。ここに感謝いたします。

## 【参考文献】

- Akaike, H. (1968), "On the use of a linear model for the identification of feedback systems", *Ann. Inst. Statist. Math.*, 20, pp.425-439.
- Akaike, H. (1973), "Information theory as an extension of the maximum likelihood principle", Petrov, B.N. and Csaki, F. eds., *Second International Symposium on Information Theory*, 9, pp.267-281.
- 赤池弘次・中川東一郎 (2000)、ダイナミックシステムの統計的解析と制御、サイエンス社。
- Banz, R. W. (1981), "The relationships between returns and market value of common stock", *Journal of Financial Economics*, 9, pp.3-18.
- Chan, L. K. C., Hamao, Y. and Lakonishok, J. (1991), "Fundamentals and stock returns in Japan", *Journal of Finance*, 46, pp.1739-1789.
- Fama, E. F. (1970), "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *Journal of Finance*, Vol.25, No.2, pp.383-417.
- Fama, E. F. and French, K. R. (1998), "Value versus growth: The international

evidence", *Journal of Finance*, Vol.53, No.6, pp.1795-1999.

Gersch, W. and Kitagawa, G. (1983), "The prediction of time series with trends and seasonalities", *J. Bus. Econ. Stat.*, 1 (3), pp.253-264.

Haugen, R. A. and Heins, A. J. (1975), "Risk and the Rate of Return on Financial Assets: Some Old Wine in New Bottles", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 10 (5), pp.775-784.

Jegadeesh, N., and Titman, S. (1993), "Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency", *Journal of Finance*, 48, pp.65-91.

Kitagawa, G. and Gersch, W. (1984), "A smoothness priors-state space modeling of time series with trend and seasonality", *J. Am. Stat. Assoc.*, 79 (386), pp.378-389.

Kitagawa, G. and Gersch, W. (1996), *Smoothness Priors Analysis of Time Series*, Lecture Notes in Statistics, 116, Springer, New York.

北川源四郎 (2005)、時系列解析入門、岩波書店。

Rosenberg, B., Reid, K., and Lanstein, R. (1984), "Persuasive evidence of market inefficiency", *Journal of Portfolio Management*, 11, pp.9-17.

Tanokura, Y. and Kitagawa, G. (2004), "Modeling influential correlated noise sources in multivariate dynamic systems", In: Hamza, M. H. (ed.) *Modelling and Simulation: 15th IASTED International Conference Proceedings*, pp.19-24, ACTA Press.

Tanokura, Y. and Kitagawa, G. (2015), *Indexation and Causation of Financial Markets- Nonstationary Time Series Analysis Method*, Springer Tokyo.