

J-REIT 市場環境の動的研究

広島経済大学経済学部教養教育教授 高 石 哲 弥

- 目 次 -

- 1. はじめに
- 2. マルチフラクタル解析
- 3. 東証 REIT 指数の統計的特性
- 4. 東証 REIT 指数のマルチフラクタル解析
- 5. 東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関におけるマルチフラクタル解析
- 6. おわりに

1. はじめに

J-REIT（不動産投資信託）は、投資家から調達した資金によって住宅やオフィスビル、マンション等の不動産を購入し、賃貸収入や売却益を投資家に分配する投資信託である。J-REIT は上場されており、東京証券取引所で売買が可能である。J-REIT の上場銘柄は2001年9月に初めて登場し、当初は2銘柄であったが、現在（2019年3月）は60銘柄を超えている。東証 REIT 指数は上場するすべての銘柄を対象にした時価総額荷重型の指数で、2003年3月31日の時価総額を1,000として2003年4月1日から算出が始められた。

これまでに、J-REIT の収益率やリスクの特性についての研究は多くなされている^{(1)~(11)}。そして、J-REIT の収益率やリスクの特性は時期によって違う特性を示すことが指摘されている。本研究では、収益率時系列の市場効率性について着目し、その時間変動

について調べ、J-REIT 市場の効率性がどのように変動しているかを研究する。市場効率性に関連しては、効率的市場仮説という仮説が知られている⁽¹²⁾。効率的市場仮説による効率的市場では、現時点で利用可能な情報はすべて市場価格に反映されており、将来の価格を予想することはできない。効率的市場仮説は、反映される情報の種類によって3つに分類されている。その3つは Weak 型、Semi-Strong 型、Strong 型と呼ばれている。Weak 型では、過去の価格の情報は現在の市場価格にすべて反映されており、将来の価格を予想することはできない。Semi-Strong 型では、すべての公開情報まで含めて即座に現在価格に反映される。Strong 型では非公開情報まで含めた利用可能なすべての情報が即座に現在価格に反映される。

本研究では Weak 型の効率的市場仮説について、東証 REIT 指数の収益率時系列を対象に研究を行う。もし、価格がランダムウォークをしていれば、将来の価格を予想できな

いので、Weak 型の効率的市場仮説が成り立つことになる。そのため、Weak 型の効率的市場仮説が成り立っているかどうかの検証法として、価格がランダムウォークをしているかどうかによって調べる方法がある。価格がランダムウォークであることを判断する指標としては、ハースト指数がある⁽¹³⁾。ランダムウォークである時系列の場合、ハースト指数は0.5の値となる。よって、ハースト指数が0.5からずれているかどうかによって時系列がランダムウォークであるかどうかの議論がなされる。ハースト指数が0.5以上の場合、時系列は“持続的”と呼ばれ、0.5以下では“反持続的”と呼ばれる。また、持続的な時系列は長期記憶性が存在する。

近年、ハースト指数を拡張した一般化ハースト指数の研究が行われている⁽¹⁴⁾。ハースト指数は2次の揺らぎに対するスケーリング則から求められるが、一般化ハースト指数では、q次の揺らぎに対して求められる。一般化ハースト指数が任意のqの値に対して、一定値を取る時系列は“モノフラクタル”と呼ばれる。一方、一般化ハースト指数がqの値に応じて変化するとき、“マルチフラクタル”と呼ばれる。

一般化ハースト指数の性質として、ガウシアンランダムウォーク時系列の場合、一般化ハースト指数は一定値をとることが知られている。このことから、一般化ハースト指数の変化の大きさ（マルチフラクタル性の強度）とガウシアンランダムウォークからのかい離の大きさとを結び付けることができ、それを利用した市場効率性との関連が研究されている⁽¹⁶⁾。

本研究でも、一般化ハースト指数の変化の大きさ（マルチフラクタル性の強度）を東証REIT指数について求め、J-REIT市場の効率性やマルチフラクタル性について議論する。ここでは、日次データを利用して解析を進める。当初は高頻度データも利用していたが、時系列の相関を調べるときに夜間などの

取引されていない時間帯があると、不連続性による相関も現れてくるため、ここでは日次データを利用する。

本研究では、さらに株式市場とJ-REIT市場との関連について調べるためにTOPIXと東証REIT指数との相互相関における一般化ハースト指数も解析する。株式市場とJ-REIT市場との関連が大きければ、相互相関にも大きな相関が現れることが予想される。

2. マルチフラクタル解析

本研究では、Kantelhardtら⁽¹⁴⁾によって開発された Multifractal detrended fluctuation analysis (MFDFA) 法によって一般化ハースト指数を求める。MFDFA 法は、ハースト指数を求めるために開発された Detrended fluctuation analysis (DFA) 法⁽¹⁵⁾において2次の揺らぎ関数をq次拡張して一般化ハースト指数を求める手法である。MFDFA 法は以下の手続き①～④から成る。

- ① 解析対象の時系列 $\{x_t, t=1, \dots, N\}$ から次のプロファイル $y(k)$ を作成する。

$$y(k) = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}) \quad (1)$$

ここで、 \bar{x} は時系列 x_i の平均値である。

- ② プロファイル $y(k)$ を長さ s の $N_s = N/s$ 個のセグメントに分け、セグメント毎にトレンドを除去したデータの分散を求める。例えば以下の、v番目のセグメント、 $v = 1, \dots, N_s$ に対して分散 $F^2(s, v)$ を計算する。

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (y[(v-1)s + i] - p_v(i))^2 \quad (2)$$

(2)式中の $p_v(i)$ はトレンドを除去するための関数である。本研究ではセグメント内のデータを3次関数でフィットした関数を利用する。また、Nはsの倍数とは限らないので、その場合、最後の端数のデータが残ってしまう。これらのデータも有効に利用するために、

最後のデータから順番に並べ、上記の手続きを繰り返す。具体的には、 $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$ に対して、以下を計算する。

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (y[N - (v - N_s)s + i] - p_v(i))^2 \quad (3)$$

③ 分散式(2)と(3)から q 次の揺らぎ関数を以下のように定義し、計算する。

$$F_q(s) = \left(\frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s, v)]^{q/2} \right)^{1/q} \quad (4)$$

時系列が長期のべき的相関を持つ場合、(4)式は以下のように振る舞うことが期待される。

$$F_q(s) \sim s^{h(q)} \quad (5)$$

ここで、べき指数 $h(q)$ は一般化ハースト指数と呼ばれる。q = 2 のとき、上記の手続きは、DFA 法⁽¹⁵⁾と同一となる。また、ハースト指数は $h(2)$ として得ることができる。q = 0 のときは、(4)式では計算できないので、以下の式によって計算する。

$$F_0(s) = \exp \left(\frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^2(s, v)] \right) \sim s^{h(0)} \quad (6)$$

④ (4)及び(6)式の振る舞いから一般化ハースト指数 $h(q)$ を求める。

一般化ハースト指数 $h(q)$ の他に、マルチフラクタル性を特徴づけるものとして、マルチフラクタルスケール指数 $\tau(q)$ と特異性スペクトラム $f(\alpha)$ が存在する⁽¹⁴⁾。マルチフラクタルスケール指数 $\tau(q)$ と一般化ハースト指数との関係は、以下で与えられる。

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (7)$$

モノフラクタルの場合、 $h(q)$ は定数値であることから、(7)式は q に対して線形形式となる。マルチフラクタル性が存在する場合、(7)式は非線形な式となる。よって、マルチフラクタル性の大きさは $\tau(q)$ の線形からのかい離度として見積もることができる。

特異性スペクトラム $f(\alpha)$ は、ルジャンドル変換によって $\tau(q)$ と以下のように関連している。

$$\alpha = \tau'(q) \quad (8)$$

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(\alpha) \quad (9)$$

これらの式は、(7)式から $h(q)$ を使って以下のように表される。

$$\alpha = h(q) + h'(q) \quad (10)$$

$$f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1 \quad (11)$$

モノフラクタルの場合 $h(q)$ は定数値を取り、 a は変化しない一定値となり、特異性スペクトラム $f(\alpha)$ において、 $f(\alpha)$ はある 1 点の a においてのみ値を持つ関数となる。一方、マルチフラクタル性が存在する場合、 a は変化することになり、 $f(\alpha)$ はある範囲の a において値を持つ。従って、 a の範囲の大きさがマルチフラクタル性の強さの目安となる。

また、マルチフラクタル性がある場合、 $h(q)$ が変動することから、 $h(q)$ の変動の大きさによってマルチフラクタル性の強さを定義することもできる。例えば、 $h(q)$ が単調減少しているとし、q について q_{min} から q_{max} まで変化させたとき、マルチフラクタル性の強さを

$$\Delta h = h(q_{min}) - h(q_{max}) \quad (12)$$

で定義できる⁽¹⁶⁾。

本研究では、更に 2 時系列間の相互相関のマルチフラクタル特性を調べる。そのための手法として、Multifractal detrended cross-correlation analysis (MFDCCA) 法を利用する。MFDCCA 法は Zhou⁽¹⁷⁾ によって、2 つの時系列間の相互相関における一般化ハースト指数を求める手法として MFDFA 法をもとに開発された。MFDCCA 法は以下の⑤～⑦で与えられる。

⑤ 対象とする 2 つの時系列 $\{x_{1,t}, t=1, \dots, N\}$, $\{x_{2,t}, t=1, \dots, N\}$ から次のプロファイル $y_1(k)$ と $y_2(k)$ を作成する。

$$y_1(k) = \sum_{i=1}^N (x_{1,i} - \bar{x}_1) \quad (13)$$

$$y_2(k) = \sum_{i=1}^N (x_{2,i} - \bar{x}_2) \quad (14)$$

ここで、 \bar{x}_1 と \bar{x}_2 はそれぞれ時系列 $x_{1,i}$ と $x_{2,i}$ の平均値である。

⑥ MFDFA 法と同様に、プロファイル $y_1(k)$ と $y_2(k)$ を長さ s の $N_s = N/s$ 個のセグメントに分け、セグメント内でトレンドを除去したデータの分散を求める。 v 番目のセグメント、 $v=1, \dots, N_s$ に対して次の $F^2(s, v)$ を計算する。

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |y_1[(v-1)s+i] - p_{1,v}(i)| |y_2[(v-1)s+i] - p_{2,v}(i)| \quad (15)$$

(15)式中の $p_{1,v}(i)$ と $p_{2,v}(i)$ はトレンドを除去するための関数で、セグメント内のデータを MFDFA 法と同様に 3 次関数でフィットした関数を利用する。N が s の倍数でない場合は、端数のデータも利用するために、最後のデータから順番に並べ、上記の手続きを繰り返す。 $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$ に対して、以下を計算する。

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |y_1[(N-(v-N_s)s)+i] - p_{1,v}(i)| |y_2[(N-(v-N_s)s)+i] - p_{2,v}(i)| \quad (16)$$

⑦ 計算した分散を利用して q 次の揺らぎ関数を以下のように定義する。

$$F_q(s) = \left(\frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s, v)]^{q/2} \right)^{1/q} \quad (17)$$

そして、相互相関の一般化ハースト指数を MFDFA 法と同様に、 $F_q(s) \sim s^{h(q)}$ のべき指數として求める。q = 0 の時も同様に、

$$F_0(s) = \exp \left(\frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^2(s, v)] \right) \sim s^{h(0)} \quad (18)$$

によって、べき指數を求める。

上記の式において、時系列 $x_{1,i}$ と $x_{2,i}$ が同一の場合、MFDCCA 法は MFDFA 法と一致する。

3. 東証 REIT 指数の統計的特性

本研究では、東証 REIT 指数の算出が開始された2010年4月から2018年12月までの期間の日次データを解析対象とする。また、

同一の期間の TOPIX データも使用し、東証 REIT 指数との比較や 2 時系列間の相互相関におけるマルチフラクタル特性を調べる。本章ではまず東証 REIT 指数と TOPIX の統計的特性について述べる。

図 1 は東証 REIT 指数と TOPIX の価格変動を表している。両指標の価格変動は、定性的には似た変動をしている。2008年のリーマンショックによって両指標は大きく値を下げる。東証 REIT 指数はとくに下げ幅が TOPIX よりも大きい。近年、両指標とも価格は回復しているが、細かくみると違いが現れている。例えば、2018年において TOPIX は価格を下げているが、東証 REIT 指数は上昇している。

図 2 は収益率の時系列を表している。両時系列とも変動の大きい期間や小さい期間が繰り返し出現しており（ボラティリティクラスターイングと呼ばれる）、かつ同時期に同じような変動を表している。特に顕著なのはリー

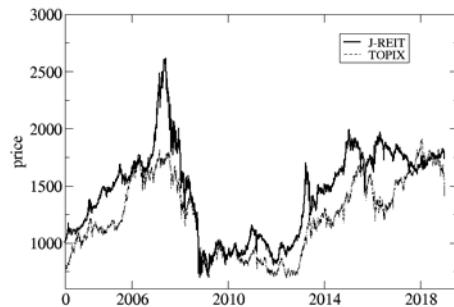


図 1 東証 REIT 指数と TOPIX の価格変動

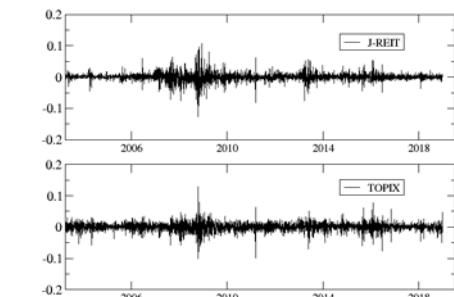


図 2 東証 REIT 指数の収益率時系列(上)、TOPIX の収益率時系列(下)

マンショック（2008年）後に大きな変動が見られることである。

次に収益率分布を比較する。図3と図4はそれぞれ東証REIT指数とTOPIXの収益率分布を表している。どちらの収益率分布も分布のすそ野が広がった分布で中心部が尖った形をしている。尖度を計算すると、両分布の尖度は14.4（東証REIT指数）、10.1（TOPIX）となり、正規分布の値である3よりも大きな値となっている。また、歪度は-0.38（東証REIT指数）及び、-0.43（TOPIX）となり、負の値となっている。

図5は収益率の自己相関関数を表している。両指標とも自己相関関数はすぐに減衰しラグが1以上では、ほぼゼロとなっており、収益率の自己相関関数は非常に小さいといえる。

一方、図6は絶対値収益率の自己相関関数

を表している。図6は両対数でプロットしており、絶対値収益率の自己相関関数がべき的にふるまっていることが分かる。このことは、絶対値収益率の時系列には長期の相関が存在することを示唆している。次章で見るよう、絶対値収益率の時系列のハースト指数は0.5を大きく超え、長期相関の時系列の振る舞いと一致する。

以上、東証REIT指数とTOPIXの時系列の特徴を見てきたが、これらの特徴は金融時系列に共通して現れるStylized factsの性質と一致している⁽¹⁸⁾。

次に、テイラー効果について調べる。テイラー効果とは、絶対値収益率の2乗の自己相関よりも絶対値収益率の1乗もしくは2乗以外の値の自己相関のほうが大きくなることをいう。Taylorは40個のさまざまな金融資産価格について調べ、多くのケースで収益率の

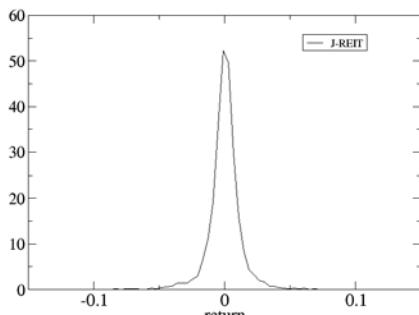


図3 東証REIT指数の収益率分布

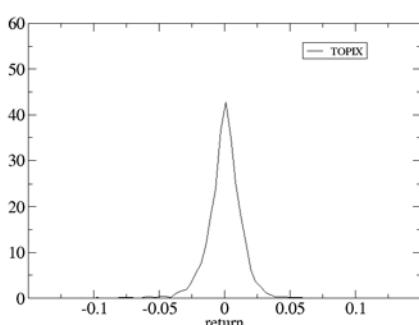


図4 TOPIXの収益率分布

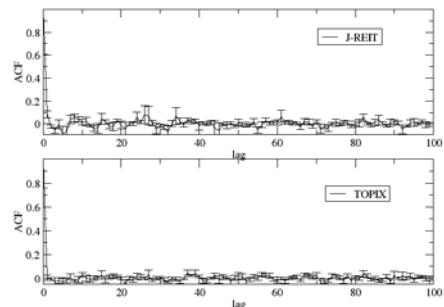


図5 収益率自己相関
東証REIT指数(上)、TOPIX(下)

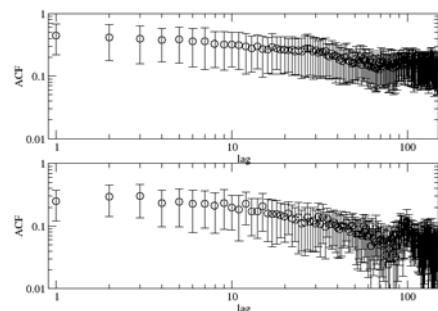


図6 絶対値収益率の自己相関
東証REIT指数(上)、TOPIX(下)

2乗よりも絶対値収益率の自己相関が大きくなることを見出した⁽¹⁹⁾。

Ding ら⁽²⁰⁾は、S&P500 Index の収益率を調べた結果、絶対値収益率の1乗の時に自己相関が最大になることを発見した。このような効果を Granger と Ding⁽²¹⁾はテイラー効果 (Taylor effect) と呼んだ。その後の研究から、Ding と Granger⁽²²⁾は、株価収益率の場合は絶対値収益率の1乗の時に自己相関が最大になるが、為替収益率の場合は1/4の時に最大となることを発見した。一方、Dacorogna ら⁽²³⁾は USD-DEM と USD-FRF ペアの収益率に対しては、1/2乗の時に最大となることを発見した。ビットコイン時系列においてもテイラー効果が存在することが示されており⁽²⁴⁾、ビットコインの場合は0.4乗程度の時に自己相関が最大になることが知られている。ここでは、東証 REIT 指数のテイラー効果について調べる。

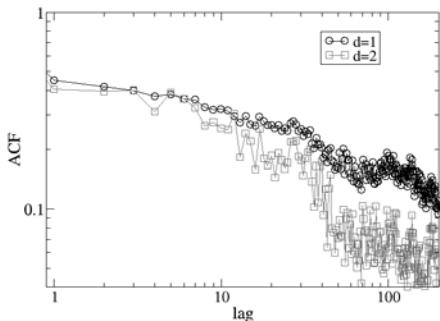


図7 絶対値収益率の1乗と2乗の自己相関関数

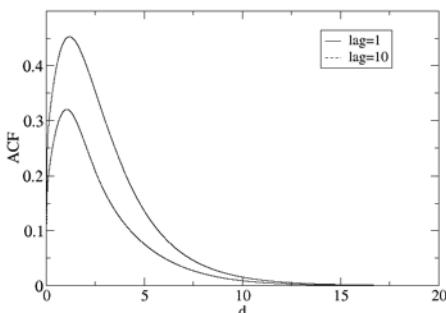


図8 ラグ1とラグ10における自己相関をべき指数dの関数として表したもの

図7は東証REIT指数の絶対値収益率の1乗と2乗の自己相関関数を比較したものである。ここで自己相関関数は

$$\rho_d(\tau) = \frac{\frac{1}{N} \sum_t (|r(t+\tau)|^d - \langle |r|^d \rangle) ((|r(t)|^d - \langle |r|^d \rangle))}{\sigma_{|r|^d}^2} \quad (19)$$

で定義され、 $r(t)$ は収益率時系列、 $\sigma_{|r|^d}$ は $|r|^d$ の分散、 τ はタイムラグである。また、 $\langle \cdot \rangle$ は*の平均を表している。

図7は両対数でプロットしている。自己相関関数はべき的な振る舞いをしており、また1乗の自己相関の方がほとんどのラグで大きな値を取っているので、テイラー効果の存在が示される。次に、絶対値収益率の何乗で自己相関が最大値になるかを求めるために、ラグごとに自己相関をべき指数d（絶対値収益率のd乗）の関数として求める。

図8はラグ1とラグ10の場合の自己相関をべき指数dの関数として表示したものであ

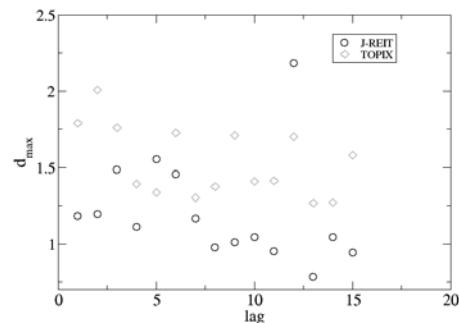


図9 自己相関を最大にするべき指数 d_{max}

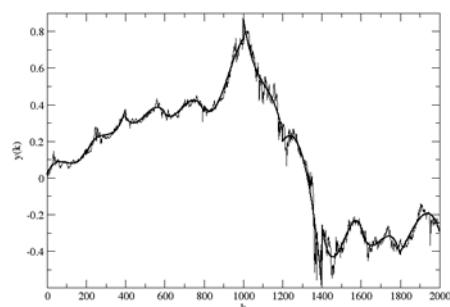


図10 プロファイル時系列

る。自己相関はある d の値 (d_{\max}) で最大値を取っている。この d_{\max} をラグごとに求めた値をプロットしたのが図9である。図9には、TOPIX にも同様の解析をおこなって求めた d_{\max} もプロットしている。図9から、東証 REIT 指数の場合、自己相関を最大にするべき指数は、多くが0.75から1.5の値となっていることが分かる。また、TOPIX についてはそれよりも大きな1.25から2の値となっている。そして、東証 REIT 指数、TOPIX ともラグが大きくなると d_{\max} が減少する傾向が見られる。

4. 東証 REIT 指数のマルチフラクタル解析

本章では、東証 REIT 指数の時系列特性をマルチフラクタル解析 (MFDFA 法) によって調べる。MFDFA 法は第2章で述べた

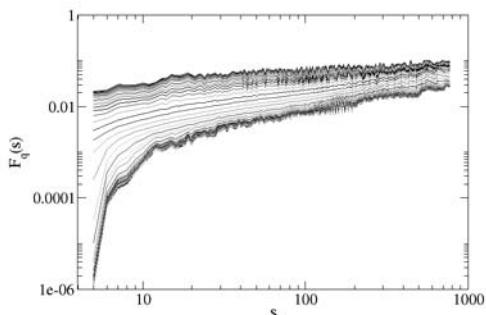


図11 東証 REIT 指数の揺らぎ関数 $F_q(s)$

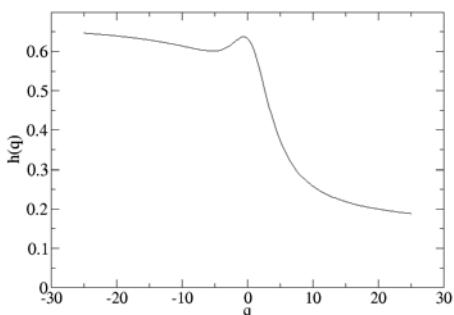


図12 東証 REIT 指数収益率の一般化ハースト指數

手続きによって実行する。

まずは、東証 REIT 指数について2010年4月から2018年12月までの全期間を対象に解析を行う。図10は、(1)式に従って求めたプロファイルの時系列である。これをセグメント s に分けて、揺らぎ関数 $F_q(s)$ を求める。図10中の実線は $s = 200$ の場合に各セグメント内で3次関数でフィットした関数を表しており、この関数によって時系列のトレンドを除去し、(2)及び(3)式を計算する。そして、それらの結果を利用し(4)式の揺らぎ関数を計算する。(4)式の揺らぎ関数は様々な s 及び q に対して計算を行う。本研究では、 q は-25から25までの範囲で計算を行った。

図11は揺らぎ関数 $F_q(s)$ を両対数でプロットしたものである。下から上にかけて $q = -25$ から $q = 25$ の $F_q(s)$ を表示している。 s が大きい所で $F_q(s)$ は直線となり、べき的な振る舞いとなっている。一般化ハースト指數 $h(q)$ は揺らぎ関数 $F_q(s)$ のべき指數としてフィーティングによって求める。

揺らぎ関数 $F_q(s)$ のべき指數（一般化ハースト指數）を求めた結果が図12である。一般化ハースト指數 $h(q)$ は q に依存しており、一定値でないことからマルチフラクタル性が東証 REIT 指数の時系列に存在することが確認される。株価^{(25)～(27)}や為替⁽²⁸⁾、ビットコイン⁽²⁹⁾時系列にもマルチフラクタル性が存在することが知られており、それらの金融資産価格と同様に東証 REIT 指数の時系列にもマルチフラクタル性が存在することになる。また、ハースト指數 $h(2)$ は0.546となっており、全期間の時系列には持続的傾向が見られる。

図13と図14は、それぞれマルチフラクタルスケール指數 $\tau(q)$ と特異性スペクトラム $f(\alpha)$ を表している。マルチフラクタルスケール指數 $\tau(q)$ は q に関して非線形な関数となっており、また、特異性スペクトラム $f(\alpha)$ は α の範囲に幅があり、どちらもマルチフラクタル性の存在を示している。

次に東証 REIT 指数の絶対値収益時系列に対して解析を行う。図15は絶対値収益時系列をプロットしたものである。

この時系列に対してマルチフラクタル解析を実行し、一般化ハースト指数を求める。そして、求めた一般化ハースト指数をプロットしたもののが図16である。一般化ハースト指数は q に依存して変化しており、マルチフラクタル性が存在する。また、一般化ハースト指数の値は q の全区間においてすべて0.5よりも大きな値をとっており、強い持続性が見られる。このことは、時系列が長期の相関を持つことを意味しており、図6でみたように自己相関がべき的振る舞いをすることと一致する。

ここまででは、時系列の全区間を対象に解析したが、次にハースト指数の動的変化を調べ、市場効率性が時間とともにどのような変化をしているかを調べる。そのため、2年間の期

間で MFdfa 法を実行し、その区間をずらしながら調べることによってどのような変動があるかを確かめる。

図17は東証 REIT 指数の収益率時系列に対して求めたハースト指数 $h(2)$ の時間変動を表している。ハースト指数はかなり大きな変動をしており、2015年ごろまで、 $h(2)$ は0.5以下の期間が長く、反持続性傾向を示している。2015年以降はランダムウォーク時系列の値である0.5付近の値をとり、一度2017年後半から2018年前半に大きく0.5以下となるが2018年後半はまた0.5付近の値にもどっている。従って、ハースト指数 $h(2)$ の解析から2015年以前は、時系列は反持続性が強く、市場効率性が低いが、2015年以降は市場効率性が高くなっていることが分かる。

図18は(12)式で表されるマルチフラクタル性の強度 Δh の時間変動を表している。 Δh も大きな変動をしているが、傾向をみると、

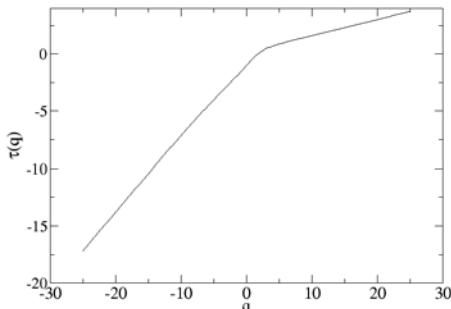


図13 マルチフラクタルスケール指標 $\tau(q)$

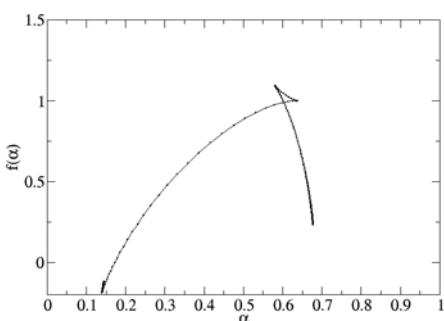


図14 特異性スペクトラム $f(\alpha)$

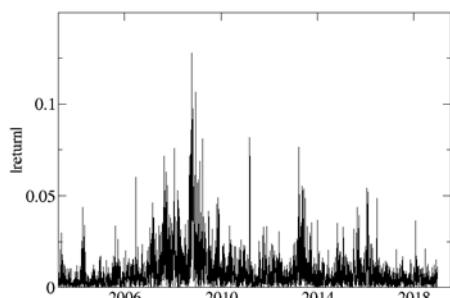


図15 東証 REIT 指数の絶対値収益

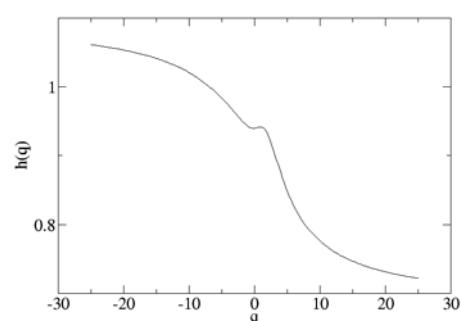


図16 東証 REIT 指数の絶対値収益の一般化ハースト指数

2012年から2013年ごろの期間を除き、2005年ごろから2018年にかけて徐々に小さくなっている。全体として東証 REIT 指数の市場効率性は改善していると言える。

TOPIXについても同様の解析を行い $h(2)$ と Δh の時間変動を求めた。図19は TOPIX のハースト指数 $h(2)$ の時間変動を表している。TOPIX のハースト指数は大きな変動を繰り返し、0.5付近に留まっておらず、市場効率性が時間的に安定して改善しているように見えない。

図20は TOPIX のマルチフラクタル性の強度 Δh の時間変動を表している。 Δh は2014年ごろ一度小さくなっているがその他の期間では変動しながらも大きな値を取っており、 Δh の結果も市場効率性が改善していることを支持しない。

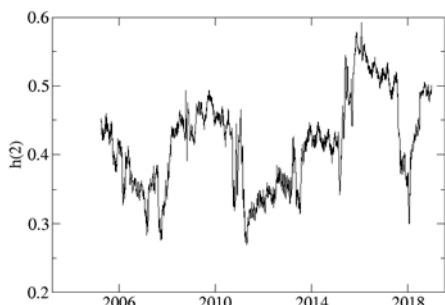


図17 東証 REIT 指数のハースト指数 $h(2)$

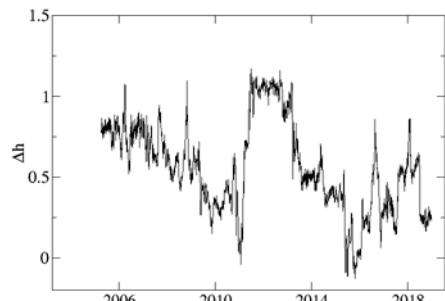


図18 東証 REIT 指数の Δh

5. 東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関におけるマルチフラクタル解析

本章では、東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関における一般化ハースト指数を調べる。解析手法は第2章で述べた MFDCCA 法を利用する。まずは、2010年4月から2018年12月の全期間を対象に解析を行う。MFDFA 法と同様に(17)及び(18)式で表される揺らぎ関数を計算する。

図21は(17)及び(18)式で求めた揺らぎ関数 $F_q(s)$ であり、下から上へ $q = -25$ から $q = 25$ に対応するものをプロットしている。図11と同様にセグメント s が大きい領域でべき的な振る舞いをしている。

揺らぎ関数のべき指数をフィッティングによって求めた結果が図22であり、東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関の一般化ハース

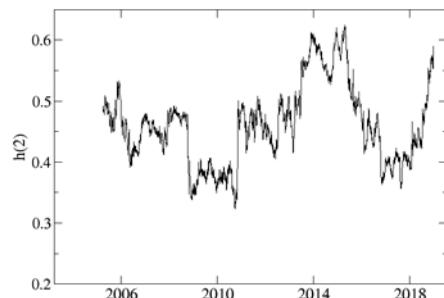


図19 TOPIX のハースト指数 $h(2)$

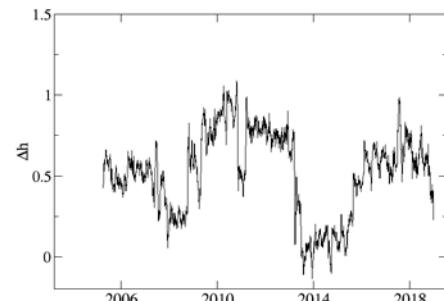


図20 TOPIX の Δh

ト指数 $h(q)$ を表している。図から一般化ハースト指数は一定値ではなく q に依存していることがわかる。このことは、東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関にマルチフラクタル性が現れていることを意味する。もし、東証 REIT 指数と TOPIX 間に相関がなければ、相互相関はランダムとなり、マルチフラクタル性が現れないか小さいことが期待されるので、マルチフラクタル性の出現は東証 REIT 指数 TOPIX 間には何らかの関連性があることを意味する。

図23と24はそれぞれ東証 REIT 指数 TOPIX 間の相互相関のマルチフラクタルスケール指標 $\tau(q)$ と特異性スペクトラム $f(\alpha)$ を表している。東証 REIT 指数の場合（図12と13）と同様に、図23と24もマルチフラクタル性の存在を示している。

次に、東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互

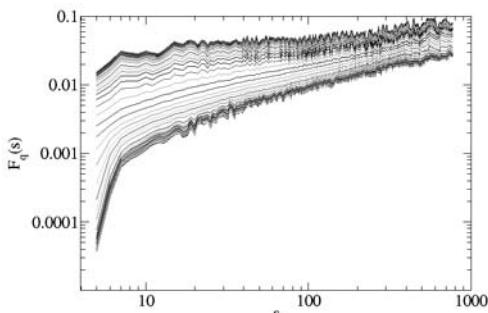


図21 東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関の揺らぎ関数

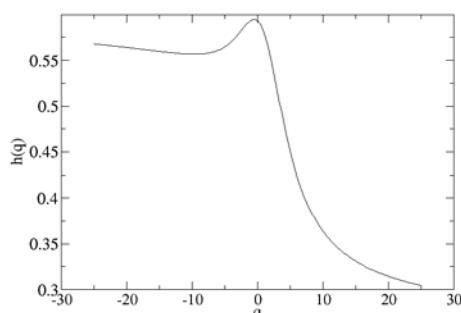


図22 東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関の一般化ハースト指数

相関の強さがどのように変動しているかを調べるために、第4章での解析と同様に2年間の期間を解析対象にし、その期間をずらしながら解析を行う。

図25は、東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関のハースト指数 $h(2)$ の時間変動を表している。ハースト指数 $h(2)$ は時間とともに大きく変動しており、ランダムウォークの値である0.5付近での安定した動きではない。このことは、東証 REIT 指数と TOPIX 間に何らかの相関があり、またその相関の状態は時間と共に大きく変動していることを示している。

図26は一般化ハースト指数 $h(q)$ から求めたマルチフラクタル性の強度 Δh の時間変動である。 Δh も大きく変化しながら変動している。そして、 Δh がゼロになる傾向は見られない。 Δh はマルチフラクタル性の強さ

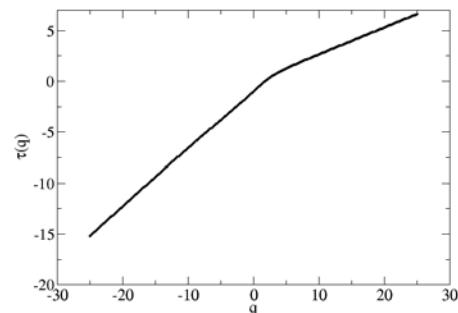


図23 東証 REIT 指数 TOPIX 間の相互相関のマルチフラクタルスケール指標 $\tau(q)$

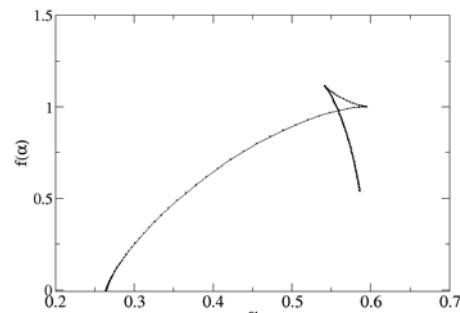


図24 東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関の特異性スペクトラム $f(\alpha)$

であり、また相互相関の強さも表していると考えられるので、東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関の大きさは時間と共に大きく変動しているが、相関がなくなる傾向はないことがいえる。従って、東証 REIT 指数と TOPIX は常に相関を保ちながら変動していると考えられる。また、図26から、 Δh が

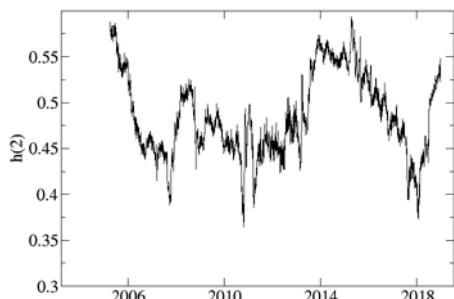


図25 東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関のハースト指数 $h(2)$

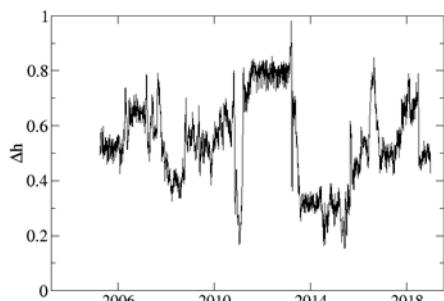


図26 東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関の Δh

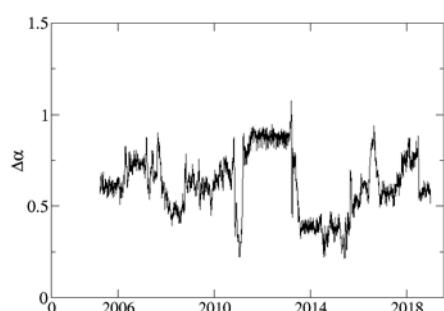


図27：東証 REIT 指数と TOPIX 間の相互相関の $\Delta \alpha$

特に高い時期は2011年～2013年ごろであることが分かり、この時期は東証 REIT 指数、TOPIX とも価格が低迷しており、2014年以降の回復期の直前にあたっている。

図27はマルチフラクタル性の強さを特異性スペクトラム $f(\alpha)$ によって求めたものである。具体的には $f(\alpha)$ の広がりの大きさ、 $\Delta \alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ で定義した値をプロットしている。 $\Delta \alpha$ は一般化ハースト指数で定義した Δh と非常によく似た動きをしている。従って、 Δh と同様に $\Delta \alpha$ によってもマルチフラクタル性の強さの変動を議論することができる。

6. おわりに

本研究では、まず東証 REIT 指数の統計的特性について調べた。その結果、(i)収益率時系列におけるボラティリティクラスターング、(ii)すそ野の広がった収益率分布、(iii)短期の収益率自己相関、(iv)長期の絶対値収益率相関の特性があることが分かった。これらの特性は、金融資産価格に共通して現れる Stylized facts と呼ばれるものと一致し、このことは東証 REIT 指数も他の金融資産と同様の統計的特性を持っていることを表している。

次に、東証 REIT 指数についてマルチフラクタル解析を行い、一般化ハースト指数 $h(q)$ を求めた。その結果、 $h(q)$ は q に依存することが分かり、このことは東証 REIT 指数時系列にマルチフラクタル性があることを示している。ハースト指数 $h(2)$ は J-REIT 市場の初期のころは 0.5 以下の値をとり、これは時系列が反持続性を持ち、市場が効率的でないことを意味している。一方、近年は 0.5 付近となり、市場効率性が改善していることを示している。マルチフラクタル性の強度 Δh も大きく変動しながらも時間とともに減少する傾向が見られ、このことも J-REIT 市場の市場効率性が改善していることを表してい

る。

東証 REIT 指数と TOPIX の相互相關のマルチフラクタル解析からは、一般化ハースト指数 $h(q)$ が q に依存する結果が得られ、相互相關におけるマルチフラクタル性の存在を確認した。このことは、東証 REIT 指数と TOPIX の時系列間に相関があることを意味している。また、マルチフラクタル性の強度 Δh は大きく変動しながらも、減少する傾向は見られないことから、東証 REIT 指数と TOPIX の相関は常に存在し、東証 REIT 指数と TOPIX の時系列はある関連性をもって変動していることが示唆される。特異性スペクトラム $f(\alpha)$ から定義した $\Delta \alpha$ も Δh と同様の結果を示している。

【参考文献】

- (1) 大橋和彦、紙田純子、森政治 (2003) 「J-REIT のリスク・リターン分析—市場開設から2003年3月までの週次データによる分析ー」、国土交通政策研究、第27号。
- (2) 大橋和彦、永井輝一、八並純子 (2005) 「J-REIT リターンの時系列分析：2001年9月から2004年10月までの週次及び月次データによる分析」、国土交通政策研究、第53号。
- (3) 住信基礎研究所 (2007) 「J-REIT のリスク要因に関する実証的研究報告書」、トラスト未来フォーラム、(<http://www.trust-mf.or.jp/business/pdf/download/20130218110919.pdf>)。
- (4) 侯岩峰 (2008) 「J-REIT のリスク要因分析—サブプライム問題前のリスク・リターン特性を再確認するー」三井住友トラスト基礎研究所 (http://www.smtri.jp/report_column/report/index_10.html)。
- (5) 岩佐浩人 (2012) 「私募 REIT の特徴と投資上の留意点」、年金ストラテジー、Vol. 194, pp.6-7。
- (6) 三菱 UFJ 信託銀行 受託運用部 (2013) 「J-REIT のリターン特性について」、三菱 UFJ 信託銀行、(http://www.tr.mufg.jp/houjin/jutaku/pdf/u201301_1.pdf)。
- (7) 河合延昭(2014)「2014年上期の J-REIT 市場と今後の展望」、資本市場、No.348, pp.48-55。
- (8) 河合延昭(2015)「2015 年上期の J-REIT 市場と今後の展望」、資本市場、No.360, pp.58-65。
- (9) 金静之 (2015) 「J-REIT のパフォーマンスに関する実証分析」、社会科学 Vol.45, pp.55-80。
- (10) 小林 賀 (2017) 「量的・質的金融緩和政策が株式・J-REIT 市場に与えた影響」、生活経済学研究、Vol.46, pp.1-10。
- (11) 河合延昭(2017)「2017年上期の J-REIT 市場と今後の展望」、資本市場、No.384, pp.36-43。
- (12) F.E.Fama, "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work." The journal of Finance 25.2 (1970) 383-417.
- (13) H.E.Hurst, "Long-term storage capacity of reservoirs". Transactions of American Society of Civil Engineers. 116 (1951) 770.
- (14) J.W.Kantelhardt et al., "Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series", Physica A 316 (2002) 87-114.
- (15) C.K. Peng, et al., "Mosaic organization of DNA nucleotides", Phys. Rev. E 49 (1994) 1685.
- (16) L. Zunino, B. M. Tabak, A. Figliola, D. Perez, M. Garavaglia, O. Rosso, "A multifractal approach for stock market inefficiency", Physica A 387 (2008) 6558-6566.
- (17) W.X.Zhou, "Multifractal detrended cross-correlation analysis for two nonstationary signals", Phys. Rev. E 77 (2008) 066211.
- (18) R. Cont, "Empirical properties of asset

- returns: Stylized facts and statistical issues", Quant. Finance 1 (2001) 223–236.
- (19) S. J. Taylor, "Modelling financial time series", John Wiley & New Jersey, (1986).
- (20) Z. Ding, C. W. Granger, R. F. Engle, "A long memory property of stock market returns and a new model", Journal of empirical finance 1 (1) (1993) 83–106.
- (21) C. W. J. Granger, Z. Ding, "Some properties of absolute return: An alternative measure of risk", Annales d'Economie et de Statistique (1995) 67–91.
- (22) Z. Ding, C. W. Granger, "Modeling volatility persistence of speculative returns: a new approach", Journal of econometrics 73 (1) (1996) 185–215.
- (23) M. Dacorogna, R. Gencay, U. Müller, O. Pictet, R. Olsen, "An introduction to high-frequency finance", Academic Press, 2001.
- (24) T.Takaishi, T.Adachi, "Taylor effect in Bitcoin time series". Economics Letters 172 (2018) 5–7.
- (25) K. Matia, Y. Ashkenazy, H. E. Stanley, "Multifractal properties of price fluctuations of stocks and commodities", EPL (Europhysics Letters) 61 (3) (2003) 422.
- (26) J. Kwapien et al., "Components of multifractality in high-frequency stock returns", Physica A 350 (2005) 466–474.
- (27) A. K. Tiwari, C. T. Albulescu, S.-M. Yoon, "A multifractal detrended Fluctuation analysis of financial market efficiency: Comparison using Dow Jones sector ETF indices", Physica A 483 (2017) 182–192.
- (28) P. Caraiani, E. Haven, "Evidence of multifractality from CEE exchange rates against Euro", Physica A 419 (2015) 395–407.
- (29) T.Takaishi, "Statistical properties and multifractality of Bitcoin", Physica A 506 (2018) 507–519.

(たかいし・てつや)