

日本のETF市場のマーケット・マイクロストラクチャー —ボラティリティのSIML推定—

東京経済大学経営学部教授 吉田 靖

目 次

1. はじめに
2. 分析対象ETF銘柄の状況
3. SIMLによるボラティリティの計測
 - 3.1 計測方法
 - 3.2 計測に用いるデータ
4. ボラティリティの計測結果
5. おわりに

1. はじめに

金融証券市場のマイクロストラクチャーに関しては、株式個別銘柄、株価指数や債券を原資産とする先物、為替レート、コモディティ先物など各国の多様な市場を対象として長年にわたり研究がなされている。こうした中で、ETF (Exchange Traded Funds) は1990年代前半から始まった比較的新しい金融商品であるが、国際投資信託協会の『投資信託の世界統計』によれば世界の資産残高は2014年第1四半期末の1.867兆ドルから2021年第1四半期末には8.278兆ドルに達するなど拡大しており、Liebi (2020) がレビューしているように研究対象としての重要性も増している。

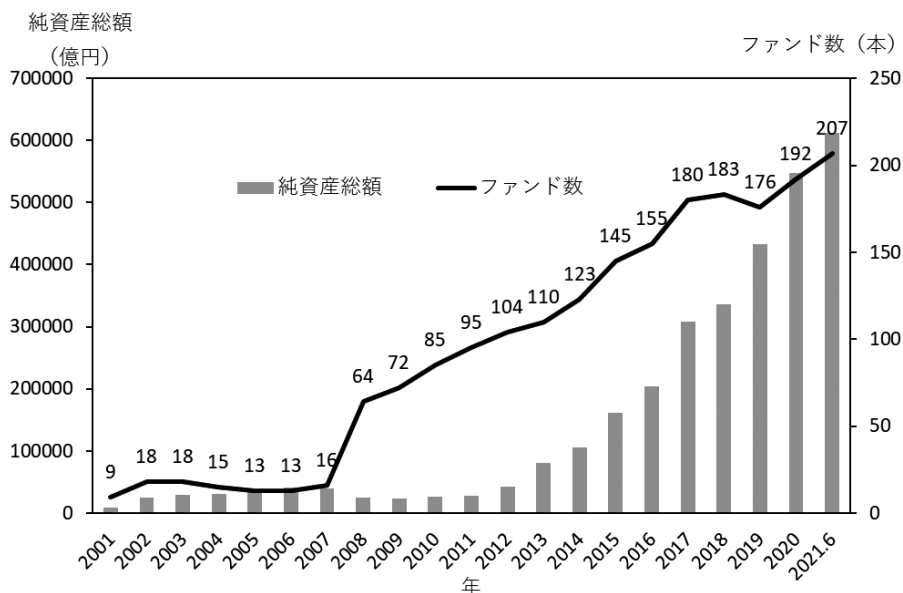
そのLiebi (2020) も言及しているように、ETF誕生のきっかけとしては1987年10月19日のブラックマンデーに関するSEC (米国証券取引委員会) の報告書の中で、市場バス

ケットそのものを売買できる商品を提案したことの影響も考えられる。しかしながら、その後も米国においては2015年8月24日に多くのETFの価格が連動している指数から乖離するETFフラッシュ・クラッシュが発生するなどの問題も発生しており、ETF市場と個別銘柄市場の間には解決すべき課題が残されている。

日本では2001年7月13日に3銘柄が上場され本格的ETF取引の開始となり、図1に示すようにそれ以来ファンド数と純資産総額は共にほぼ増加傾向にあるが、2013年以降の純資産総額の顕著な増加には2013年4月4日の日本銀行政策決定会議で決定された量的・質的金融緩和の導入によるETF買入れの寄与が大きい。この金融政策に関しては井出・竹原 (2020) やHarada and Okimoto (2021)、安達他 (2021) などが分析しているが、ETFのマーケット・マイクロストラクチャーに焦点を当てた分析ではない。

再び図1を見ると2008年に銘柄数が前年の

図1 日本におけるETFの純資産総額とファンド数の推移



注：各年末、ただし、2021年は6月末の値

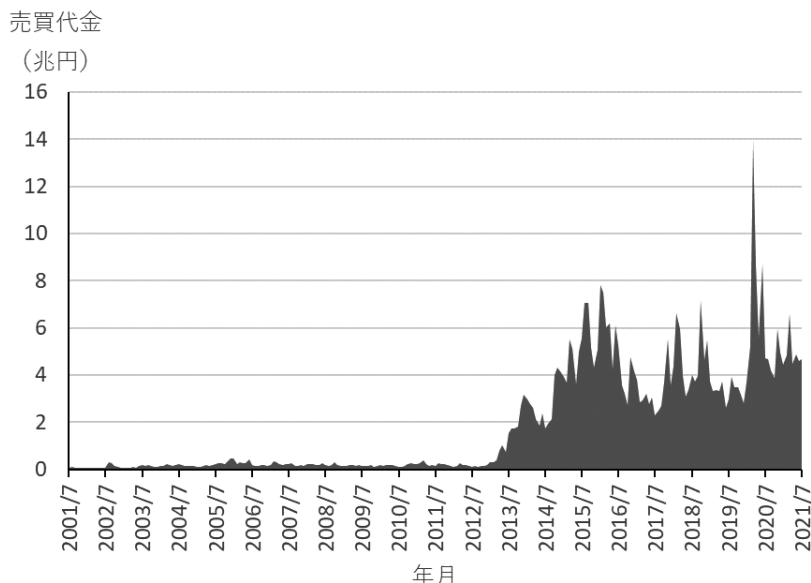
出所：投資信託協会『投資信託の主要統計等ファクトブック』を元に筆者作成

16銘柄から64銘柄へと4倍に急拡大しているが、これは金融庁が2007年12月に「金融・資本市場競争力強化プラン」のなかで、取引所における取扱商品の多様化を提示し、東京証券取引所が2008年度開始の中期経営計画において、100銘柄のETFを上場させる方針を策定した影響が大きく、その結果、2011年3月に100銘柄の上場となった。銘柄数が増えた一方で、銘柄間での流動性の格差が拡大したため、東証はこれに対して2018年7月2日より一部の銘柄にマーケットメイク制度を導入し、その後もマーケットメイク制度の見直しを続けている。この制度導入については芹田・花枝(2020)がETF銘柄の流動性尺度による分析を行い、その効果を検証している。また、取引所においても2018年7月よりETF各銘柄の最大スプレッド、最小スプレッド、平均スプレッド、最良売り気配平均執行可能金額、最良買い気配平均執行可能金額などを気配提示状況として公表している。

ただし、図2の月間売買代金の推移を見るとわかるように、ETFの売買代金の拡大は日銀によるETFの買い入れ開始と時を同じくしており、2015年以降は特段の増加傾向は見られていない。

以上のように日本のETF市場の動向は、日銀の買い入れの影響と取扱商品の多様化という政策的影響を強く受けているが、マーケット・マイクロストラクチャーの観点からは東証株価指数(TOPIX)や日経平均株価という代表的な株価指数を参照している投資信託が複数あり、それらの間で、売買高をはじめとする流動性に格差があるという特徴がある。また、価格水準の違いから呼値が異なる銘柄が同時に取引されているなど、マーケット・マイクロストラクチャーの実証分析の対象として適している面があるがこれまで研究としては多くなく、ETFの制度上もまた日銀による買い入れの実施の際にも、信託銀行の果たす役割も大きく、日本におけるETF

図2 東京証券取引所における内国ETF 月間売買代金の推移



注：立会市場と ToSTNeT 市場の合計
出所：東京証券取引所 月間売買高・売買代金を元に筆者作成

市場のマイクロストラクチャーに関する研究を行うことは、信託制度の発展にも資すると考えられる。

本稿の構成は次のとおりである。まず、続く第2節では分析対象の基礎的なデータの分析を行う。特に統計的なデータ解析の開始前に、各銘柄の気配の提示状況などは詳細まで確認する。第3節では、ボラティリティの計測方法とデータについて解説を行う。第4節ではボラティリティの計測結果を示す。先行研究の切断実現ボラティリティとの比較も行う。最後の第5節は本稿のまとめである。

2. 分析対象 ETF 銘柄の状況

本節では、日経平均および TOPIX を連動対象としたETFに関して高頻度データを使用した基本的分析を行う。対象銘柄は2019年の年間を通じ上場されていた銘柄とする。その結果、表1に示す14銘柄が分析対象となる。

表1の平均スプレッドは、東京証券取引所が算出し、公表しているものであり、筆者が日本経済新聞社の「ティックデータ」から算出したもののうち、銘柄コード1397が153.5ティックであるが表1では46.58ティックとなっていることを除けばほぼ一致している。

平均スプレッドのこの違いの原因を探るため、各銘柄の1分毎のスプレッド(円)の分布を表2に示す。なお、本稿では今後の研究の基礎データとして、「最良売り気配-最良買い気配」の計算が可能なものを対象としているが、寄り付きなどの時間帯によっては単純な計算ではマイナスの値やゼロになるなどの場合は除外している。またスプレッドは、計算可能な場合にのみ算出されるので、流動性が著しく低下して気配値が存在しない場合などは、計算から除かれることに注意が必要である。

各銘柄については毎日の立会時間中を1分間隔に刻んでいるが各区分は(9時0分、9

表1 2019年中のTOPIXおよび日経平均株価連動ETFの概要

銘柄コード	銘柄名	マーケットメイカーの有無	スポンサー設定の有無	信託報酬(%,税込)	純資産総額(億円)	1日平均売買代金(円)	平均終値(円)	呼値の刻み(円)	平均スプレッド(ティック)
1305	ダイワ上場投信-トピックス	有		0.1188	51,442.2	311,280,026	1673	1	1.39
1306	TOPIX連動型上場投資信託	有		0.1188	109,636.9	2,781,137,408	1652	1	1.04
1308	上場インデックスファンドTOPI	有		0.09504	48,970.0	275,364,157	1634	1	1.38
1320	ダイワ上場投信-日経225	有		0.1728	28,958.1	819,380,288	22322	10	1.31
1321	日経225連動型上場投資信託	有		0.2376	64,108.9	5,346,426,117	22355	10	1.07
1329	iシェアーズ 日経225 ETF	有	有	0.1134	6,885.6	427,596,888	22393	10	1.43
1330	上場インデックスファンド225	有		0.243	30,530.4	1,075,847,561	22417	10	1.29
1346	MAXIS 日経225上場投信	有		0.1836	15,395.0	638,992,993	22359	10	1.29
1348	MAXIS トピックス上場投信	有		0.08424	14,218.8	141,621,586	1646	1	1.32
1369	One ETF 日経225	有		0.1674	2,649.1	28,409,140	21797	10	1.97
1397	S M A M 日経225上場投信			0.1512	811.2	2,941,415	21832	10	46.58
1473	One ETF トピックス	有	有	0.08424	2,063.7	20,556,641	1611	1	2.01
1475	iシェアーズ TOPIX ETF	有	有	0.0648	3,095.9	244,240,745	1624	1	1.40
1578	上場インデックスファンド日経225(ミニ)			0.243	57.6	6,143,877	1743	1	4.80

注：信託報酬は2019年3月29日時点、純資産総額は2019年12月30日（QUICK算出）

1日平均売買代金、平均終値、平均スプレッドは日々の平均

出所：東京証券取引所およびQUICKのデータを元に筆者作成

時1分]⁽¹⁾として分割し、11時30分および15時0分のデータは算出しないため各日298個のデータが存在し、2019年の立会日数は241日であるため、データ数の最大個数は71,818個となりうるが、表2の頻度の合計がこれを下回る場合の多くは板寄せや、気配の片方または両方が存在していないなどのスプレッドが計算できない時間帯が存在していたことによる。このことを示すために、表2の構成比は分布の全体に対する比ではなく、全立会時間71,818(分)に対する比となっている。

表2を見ると、銘柄によっては分布の裾が右に非常に長いものが存在するのみならず、銘柄コード1397、1369、1473などのように気配が存在する時間そのものが他の銘柄に比べて短いものがあり、このことは東証の公表データからは把握することは難しい。また、芹田・花枝(2020)のようにスプレッドデータに関して統計分析を行った場合の結果を解釈する際にも注意が必要である。

以上の分布の比較により、これら14銘柄のスプレッドは、(1)立会時間中の90%以上が1ティックである銘柄として、銘柄コード1306、1321の2銘柄、(2)立会時間中の50%か

表2.1 銘柄コード1305のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特徴
1	43022	59.90	
2	28306	39.41	スプレッドの狭い割合が高い。
3	34	0.05	
合計	71,362	99.37	

表2.2 銘柄コード1306のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特徴
1	68552	95.45	
2	3260	4.54	スプレッドの狭い割合が高い。
合計	71,812	99.99	

表2.3 銘柄コード1308のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特徴
1	44164	61.49	
2	27547	38.36	スプレッドの狭い割合が高い。
3	3	0.00	
合計	71,714	99.86	

表2.4 銘柄コード1320のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特徴
10	49527	68.96	
20	22264	31.00	5月31日、8月6日などにスプレッドが30。
30	16	0.02	
合計	71,807	99.98	

表2.5 銘柄コード1321のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
10	66394	92.45	スプレッドの狭い割合が高い。
20	5415	7.54	
合計	71,809	99.99	

表2.6 銘柄コード1329のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
10	41017	57.11	8月6日に40-60が多い。3月25日引け際にスプレッド拡大。
20	29895	41.63	
30	310	0.43	
40-90	74	0.10	
合計	71,296	99.27	

表2.7 銘柄コード1330のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
10	50777	70.70	スプレッドの狭い割合が高い。
20	21008	29.25	
30	11	0.02	
合計	71,796	99.97	

表2.8 銘柄コード1346のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
10	50753	70.67	スプレッドの狭い割合が高い。
20	20975	29.21	
30	78	0.11	
40-90	1	0.00	
合計	71,807	99.98	

表2.9 銘柄コード1348のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
1	48226	67.15	スプレッドの狭い割合が高い。
2	23547	32.79	
3	39	0.05	
合計	71,812	99.99	

表2.10 銘柄コード1369のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
10	7364	10.25	1月4日の寄付きの約定直後にスプレッドが急拡大して1270等へ、その後9:10まで約400~500等。3月12日寄付きの約定直後スプレッドが400。4月1日寄付き約定の約1分後790~810へ。
20	41782	58.18	
30	2180	3.04	
40-1270	317	0.44	
合計	51,643	71.91	

表2.11 銘柄コード1397のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
10	31	0.04	7月2日、10月4日などは気配がないときがある。12月20日9:00:08に瞬間的に買い気配が急落して約3分後までスプレッドが10000。その後も12分まで5000超。その他にも気配がないときや大きいときが多数。
20	29	0.04	
30	93	0.13	
40	334	0.47	
50	822	1.14	
60	1588	2.21	
70	2018	2.81	
80	2559	3.56	
90	2773	3.86	
100	3700	5.15	
110	4983	6.94	
120	653	0.91	
130	185	0.26	
140-10000	4654	6.48	
合計	24,422	34.01	

表2.12 銘柄コード1473のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
1	9526	13.26	100未満は1月4日等様々な日の取引開始時乃至前場に、100以上は10月15日などの取引開始近辺、200は6月3日、24日、7月22日の取引開始時に発生している。
2	21917	30.52	
4-200	104	0.14	
合計	32,769	45.63	

表2.13 銘柄コード1475のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
1	43176	60.12	スプレッドの狭い割合が高い。
2	28211	39.28	
3	394	0.55	
4-6	22	0.03	
合計	71,803	99.98	

表2.14 銘柄コード1578のスプレッドの分布

スプレッド	頻度	構成比(%)	特 徴
1	4707	6.55	スプレッド10台は様々な日の中で連続して発生している。20台は1月2月に多い。1月4日、7日、3月8日などは30以上が多い。
2	14195	19.77	
3	20244	28.19	
4	11742	16.35	
5	4905	6.83	
6	3063	4.26	
7	1601	2.23	
8	1137	1.58	
9	980	1.36	
10	810	1.13	
11-49	7388	10.29	
合計	70,772	98.54	

注：スプレッドは、最良売り気配-最良買い気配 (単位：円)
出所：筆者作成

ら70%程度が1ティックで、3ティック以上ある場合も多少はあり、立会時間中はスプレッドがほぼ算出できる銘柄として、1305、1308、1320、1329、1330、1346、1348、1475の8銘柄、(3)立会時間中のスプレッドが算出できる時間は比較的長い、1ティックが最頻値ではなく、さらに分布が右に大きく偏っている銘柄として1569、1578の2銘柄、(4)立会時間中のスプレッドが算出できる時間が半分以下で、分布が右に大きく偏っている銘柄として1397、1473の2銘柄という4類型があり、表1の平均スプレッドが1から2ティックであっても投資家にとっては実際の流動性が異なる銘柄があるので、計量的な分析を行う場合はこれらの違いに十分考慮する必要がある。これらの銘柄による違いが発生する要因や、同じ銘柄でも時間帯によりスプレッドが大きく変化する要因の分析は今後の課題である。

3. SIMLによるボラティリティの計測

Liebi (2020) の第3.4節ではETFのボラティリティに関する最近の研究をレビューして特に個別銘柄の現物の市場との関係やボラティリティのスピルオーバーの研究を取り上げているが、その中に日本市場の研究は含まれていない。本節ではボラティリティの計測のみに焦点を当てるが、第2節の結果により銘柄コード1306、1321の2銘柄は立会時間中の高頻度の仲値などの価格を用いた分析にとって問題が少ないことが示されたため、この2銘柄を対象とする。銘柄コード1306はTOPIXに連動するETFであり、銘柄コード1321は日経平均株価に連動するETFであることから、これらの株価指数の高頻度データも同時に対象とする。

3.1 計測方法

金融証券市場の高頻度データを利用したボラティリティの計測手法として多くの手法が

提案されているが、本稿では不等間隔時系列にも適用可能であり、マーケット・マイクロストラクチャー・ノイズがあっても影響が少なく、一定の仮定の下では一致性と漸近正規性が示されているなどの優れた推計方法である Kunitomo and Sato (2008) および Kunitomo and Sato (2011) による SIML (Separating Information Maximum Likelihood、分離情報最尤推定) 法を用いることとする。

このSIML法のより詳細については、Kunitomo et al. (2018) を参照されたい。本稿ではSIML法のパラメータである α の値は0.45を適用している。なお、実現ボラティリティの分野ではボラティリティを分散に相当するものとして取り扱うことが多いが、本稿では標準偏差ベースのものとして算出している。

3.2 計測に用いるデータ

使用するデータはこれまでと同じ2019年のデータであるが、指数に関してはTOPIXの公表は1秒毎、日経平均株価に関しては5秒毎であり、計算開始はどちらも前場は9時0分5秒から、後場は12時30分5秒からである。SIMLを用いる場合、必ずしもこれとそろえる必要も等間隔データを用いる必要もないが、今回は計算開始時刻は前場は9時0分5秒から、後場は12時30分5秒からとし、1秒毎のデータを用いる。なお、ETFの価格は最良気配値から算出する仲値と Gatheral and Oomen (2010) のマイクロ・プライス (micro-price) を使用する。マイクロ・プライスは(1)式のように注引量で加重平均した仲値となっている。

$$p_v = \frac{v_a p_b + v_b p_a}{v_a + v_b} \quad (1)$$

ここで、 p_v はマイクロ・プライス、 v_a は最良売り気配の数量、 v_b は最良買い気配の数量、 p_a は最良売り気配値、 p_b は最良買い気配値である。リターン計算には価格の対数差分

を用いる。

1秒間隔の高頻度データの作成の際に、実際のデータは1秒の中で価格が複数回動いている場合も価格が更新されない場合もあるが、本稿では対象の1秒間の中で最後に更新されたデータを使用する。該当の1秒間にデータの更新がなかった場合はその前の観測時刻の気配が引き続き有効であるので、前期と同じ価格になり、このときのリターンはゼロである。また、9時0分5秒のリターンを算出すると前営業日からのオーバーナイトのリターンになり、12時30分5秒のリターンも昼休み前からのリターンになるため、これらのデータは除外するが、観測はすべてが1秒間隔で続いているものとして取り扱う。その他の観測時間間隔は、5秒、10秒、15秒、30秒、45秒、60秒、120秒、300秒、600秒、1,800秒とし、これらは日付の違いは考慮せずに、単純に一連の系列を間引くことにより算出し、観測時間間隔は全体で11パターンとする。観測時間間隔が1秒の場合、2019年の対数リターンは4,335,591件となる。なお、日経平均株価は前述のように最短で5秒間隔であるが日経平均に連動するETFである銘柄コード1324は1秒間隔データを最短間隔とする。

4. ボラティリティの計測結果

ボラティリティの計測結果を表3に示す。

まず、それぞれの系列について、観測時間間隔の違いによる影響を見てみると、TOPIXと日経平均株価という株価指数の場合、観測時間間隔が大きくなるに従いボラティリティが少しずつ小さくなる傾向がある。ただし、TOPIXは1,800秒の場合やや大きい。ETFの2銘柄では仲値あるいはマイクロ・プライスという価格算出方法の違いによる影響も観測時間間隔の違いによる影響もほぼ見られない。

吉田(2017)はAit-Sahalia and Jacod(2014)の切断実現ボラティリティを日本株式について検証し、本稿とは時期も銘柄も異なっているが、この結果を比較すると本稿は観測時間間隔の違いによる影響が少なく、比較的安定している結果となっている。

次に、ボラティリティの大きさを見ると、一般的に計測されているボラティリティより小さめであるが、これは日中の立会時間中のみのデータに基づくものであり、その結果、オーバーナイトや昼休み、休日などの影響が

表3 SIML法による2019年のボラティリティの推計結果

観測時間間隔 (秒)	TOPIX	銘柄コード：1306		日経平均株価	銘柄コード：1321	
		仲値	マイクロ・プライス		仲値	マイクロ・プライス
1	0.077939	0.136368	0.136580		0.140415	0.140769
5	0.077828	0.134990	0.135216	0.105480	0.138850	0.139267
10	0.077103	0.138368	0.138464	0.101433	0.140740	0.141159
15	0.075378	0.136300	0.136392	0.099084	0.137866	0.138231
30	0.072431	0.134616	0.134630	0.098758	0.136784	0.137080
45	0.070461	0.136792	0.136816	0.096072	0.140289	0.140532
60	0.070021	0.139432	0.139510	0.094224	0.142493	0.142726
120	0.062824	0.130130	0.130197	0.091793	0.136554	0.136748
300	0.057944	0.133758	0.133709	0.090188	0.141780	0.141955
600	0.057809	0.130684	0.130625	0.082964	0.135021	0.135139
1800	0.064208	0.140165	0.140093	0.080147	0.139918	0.140127

出所：筆者作成

除外されているためと考えられる。

最後に系列間の大きさを比較すると、すべての時間間隔で日経平均株価はTOPIXよりやや大きめの値になっている。この原因として、TOPIXは東証1部全銘柄から構成しているのに対し、日経平均株価は225銘柄から構成されていることが影響しているものと考えられる。一方、ETFはTOPIX連動の1306も日経平均株価に連動する1321もほぼ等しく、詳細に見れば1306が相対的にはやや小さい値となっており、共に連動対象の株価指数のボラティリティよりも大きくなっている。観測時間間隔による違いが少ないため、マーケット・マイクロストラクチャー・ノイズの影響とは別の要因も考える必要があろうが、本稿では分析できておらず、今後の課題である。

5. おわりに

第2節で確認したように、ETFの流動性の比較を行う場合に、平均値での比較は銘柄によっては流動性指標を算出するのに必要な気配が存在しない時間帯も立会時間中に一定程度存在する場合もあり、同じような平均スプレッドであっても実際はそれ以上に異なる可能性もあり、注意が必要である。このような銘柄により流動性が異なる要因および同じ銘柄であっても時間帯によりスプレッドが存在しなかったり、著しく異なったりする要因の分析は今後の課題である。

第4節ではSIML法によるボラティリティの計測結果を示した。観測時間が短くなるとゼロリターンのサンプルが増えて、切断実現ボラティリティの計測では観測時間に応じて、閾値を適切に設定することに工夫が必要であるが、SIML法ではゼロリターンが一定程度存在しても、観測時間間隔による影響はあまり大きくないことが示された。また、ETFのボラティリティは連動対象の株価指数とは異なる可能性が示唆され、この原因の

解明については今後の課題である。

本稿の分析対象はETFの銘柄の中で比較的分析が行いやすい銘柄に限定したが、それでもゼロリターンが一定程度はある中で安定的な結果が得られ、この手法を用いて金融証券市場の高頻度データを利用したボラティリティや相関など解析を行うことは各種の研究の可能性をひろげるものと期待される。

謝辞

本研究は信託研究奨励金の他、日本学術振興会 科学研究費 基盤研究(C)19K01758による助成、統計数理研究所共同研究プログラム2021-ISMCRP-1010による助成および東京経済大学共同研究助成費課題番号D21-02による助成を受けたものです。またSIML法の利用に関しては国友直人東京経済大学国内客員研究員および佐藤整尚東京大学准教授の適切なアドバイスを頂戴しました。記して感謝の意を表します。あり得べき誤りは筆者の責に帰すべきものであります。

【参考文献】

- 安達孔・北村富行・平木一浩 (2021)、「日本銀行のETF買入れが株式市場のリスク・プレミアムに及ぼす影響」、日本銀行ワーキングペーパーシリーズ「点検」補足ペーパーシリーズ(1)。
- Ait-Sahalia, Y. and Jacod J. (2014). *High Frequency Financial Econometrics*, Princeton University Press, New Jersey.
- Gatheral, J. and Oomen, R.C.A. (2010). Zero-intelligence realized variance estimation, *Finance and Stochastics* 14 (2), 249-283.
- Harada, K. and Okimoto, T. (2021). The BOJ's ETF purchases and its effects on Nikkei 225 stocks, *International Review of Financial Analysis* 77, Available online 9 July 2021.
- 井出真吾・竹原均 (2020)、「日銀によるETF買入れがリスクプレミアムに与えた

- 影響—期待倒産確率調整後インプライド自己資本コストを用いた分析—」証券アナリストジャーナル、2020年7月号、58 (7)、42-51。
- Kunitomo, N. and Sato S. (2008). Separating information maximum likelihood estimation of realized volatility and covariance with micro-market noise, CIRJE Discussion Paper F-581, University of Tokyo, <http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/>.
- Kunitomo, N. and Sato S. (2011). The SIML estimation of realized volatility of the Nikkei-225 Futures and hedging coefficient with micro-market noise, *Mathematics and Computers in Simulation* 81 (7), 1272-1289.
- Kunitomo, N., Sato S., and Kurisu, D. (2018). *Separating Information Maximum Likelihood Method for High-Frequency Financial Data*, Springer Briefs in Statistics JSS Research Series in Statistics, Springer Japan.
- Liebi, L.J. (2020) . The effect of ETFs on financial markets: a literature review, *Financial Markets and Portfolio Management* 34 (2), 165-178.
- 芹田敏夫・花枝英樹 (2020)、「日本のETFの流動性の実証分析—マーケットメイク制度導入の影響—」、証券アナリストジャーナル、2020年11月号、58 (11)、80-90 (研究ノート)。
- 吉田靖 (2017)、「切断実現ボラティリティの推定と観測時間間隔—日本株式による実証分析—」、統計数理 特集「高頻度データに基づく統計的推測とモデリング」65(1)、141-154 (研究ノート)。

【注】

(1) 左開右閉区間を示す。

(よしだ・やすし)