

グローバルな債券市場を統一的に評価する期間構造モデルと 外国債券投資の応用

名古屋商科大学ビジネススクール教授 小 林 武

目 次

1	はじめに	
2	使用データについて	
3	モデル	
3.1	単一国のイールドカーブモデル	
3.2	複数国のイールドカーブモデル	
3.3	DLY モデルの状態空間	
3.4	パラメータ推定方法	
4	推定結果	
4.1	グローバル債券モデルの推定値	
4.2	国別ファクターの分散分解	
5	外国債券ポートフォリオ管理	
5.1	Nelson-Siegel モデルを用いたファクターデューレーション	
5.2	金利リスクの一般的な定式化	
5.3	金利リスクをヘッジしない場合の債券ポートフォリオ	
5.4	ヘッジ資産のリターン計算	
5.5	金利スワップを用いてグローバルイールドのリスクをヘッジする方法	
5.6	グローバルイールドのリスクをヘッジした債券ポートフォリオの計算方法	
5.7	パフォーマンス評価	
6	結論と課題	

要約

2000年代後半の金融危機が、金融市場の世界規模での相互依存関係を明らかにしたとおり、多国間に跨るイールドカーブを統一的に評価する枠組みは近年重要性を増している。本研究では、先進国のイールドカーブのパネルデータを用いた Diebold, Li and Yue (2008) モデルを応用して外国債券ポートフォリオの管理に取り組む。

本論文では、米国、ドイツ、日本、英国の1995年1月～2019年6月までの月次国債イールドカーブデータを用いて、グローバル因子とローカル因子を抽出した。分析の結果、グローバルなイールドカーブリスクをヘッジする投資戦略は、優れたリターンリスクプロファイルを示すことが分かった。本研究で示された手法は、外国債券ポートフォリオの新たなリスク管理手法として実務に応用可能である。

JELCodes: C13, C32, E43, G11

Keywords: グローバルファクター、Nelson-Siegel モデル、ファクターデューレーション、
債券ポートフォリオ

1 はじめに

各国の債券利回りは相互に相関している。当該分野の先行研究としては Sutton (2000) が先進国の市場における長期間の利回りの共変動の存在を指摘した。Bernanke et al. (2007) は統合された金融市場では、グローバル因子が長期間の金利を決定する要因として重要な役割を果たしていることを示した。また、Diebold et al. (2008) (以後 DLY) は Nelson-Siegel モデルをベースに、各国のイールドカーブの変動要因に、グローバルな共通因子の存在を仮定し、単一国のイールドカーブをグローバル因子と国固有の因子に分解した。この知見により、債券市場における共変動と統合の度合を研究する機運が高まった。彼らは2つのグローバル因子のうち水準因子と傾き因子が、米国、ドイツ、日本、英国におけるイールドカーブの共変動の大きな要因になっていることを示した。このように、グローバル債券市場を統一的に評価するフレームワークを利用することで、単一国のイールドカーブの主成分からは得ることのできない追加情報を推定できるため、各国債券のリターン予測可能性につながる。しかし、Gargano, Pettenuzzo and Timmermann (2019) などの債券リターンの予測可能性の研究によれば、リターンの予測可能性が統計上有意に確認できたとしても、必ずしも投資戦略のパフォーマンス向上につながらないというパズルが確認されている。

外国債券はポートフォリオマネジャーにとって重要な資産クラスであり、グローバルなイールドカーブの管理は関心の的である。しかし、債券ポートフォリオに関する研究は進展していない。イールドカーブの変動要因にあたる水準、勾配、曲率のファクターデュレーションの計算例が、Barrett, Gosnell and Heuson (1995)、Willner (1996) および Martellini, Priaulet and Priaulet (2003) に

よって提案されてきた。外国債券ポートフォリオのデュレーションは実務上の慣例としてポートフォリオの投資残高額に応じて各国のデュレーションに重みをつけ算出している。Lee and Willner (1997) は“カントリーベータ”を提案し、外国債券デュレーションを計測した。そこでは、米国債のデュレーションをもとに各国のデュレーションを集計する手法を提案している。

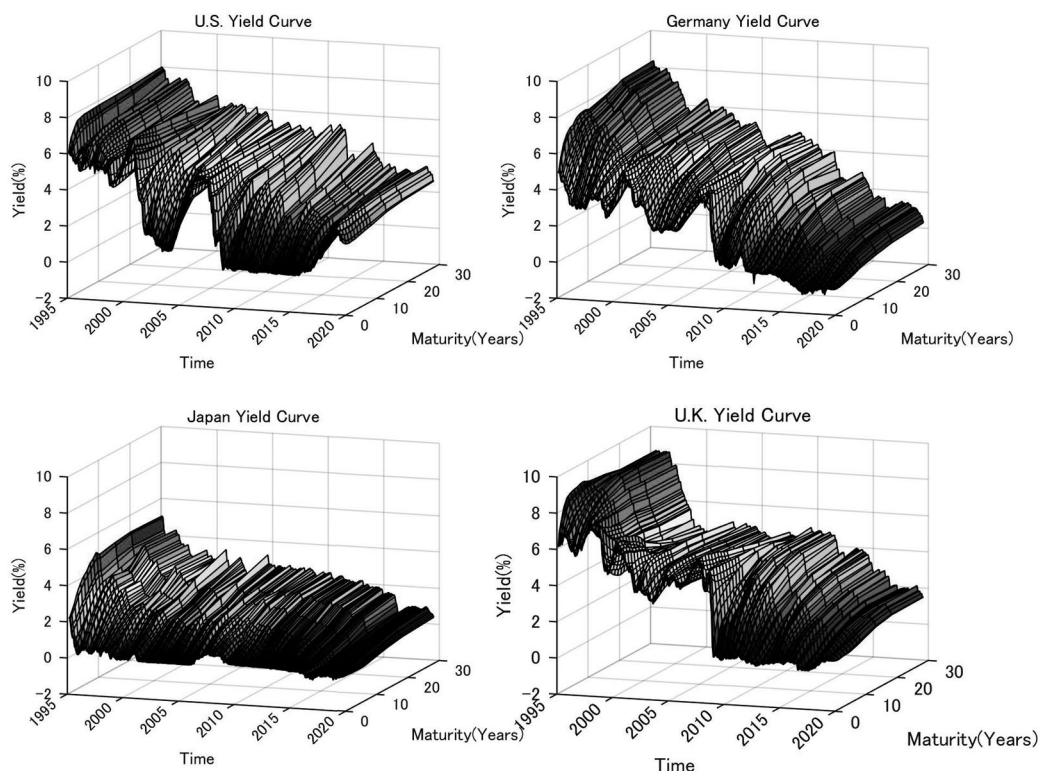
本研究では Diebold et al. (2008) の枠組みを応用して債券ポートフォリオを管理する。米国、ドイツ、日本、英国の1995年1月から2019年6月までの国債の月次イールドカーブデータを用いて、グローバル因子と、ローカル因子の抽出を試みる。分析の結果、モデルからグローバルイールドの水準、傾き、曲率因子を抽出することができることを示す。さらに、グローバル因子の影響は国ごとに違いがあることを指摘する。

本研究は、これまでの研究と以下の3つの点で異なっている。まず第一に、DLYとは違い、本論文は水準因子、傾き因子と共に、曲率因子も金利のダイナミクスを説明する上で重要であるということを示す。第二に、本論文はファクターデュレーションを推定し、グローバル債券ポートフォリオに適用する。第三に、本論文は、グローバルファクターを米国債券で代替する代わりに、提案モデルから推定されたグローバル因子に対する各国のエクスポージャーを推定する。本論文の構成は以下のとおりである。2章では使用するデータを解説し、3章では期間構造モデルと推定方法について解説する。4章では、推定結果を説明する。5章では、債券ポートフォリオ管理について考察し、6章で結論を述べる。

2 使用データについて

図1はブルームバーグから採取した1995年2月から2019年12月にわたる残存期間3、6、

図1 各国債のイールドカーブの時系列推移



(注) 図は、各国のイールドカーブの変化を示す。利回りデータは、1995年1月から2019年6月までの月次データである。

12、24、30、36、48、60、72、84、96、108、120、240および360か月の米国、ドイツ、日本、英国のゼロクーポンイールドを示す。各国のイールドカーブを比較すると、共通要因が確認できる。

3 モデル

Diebold and Li (2006) は、米国のデータを用いて、Nelson-Siegel モデルがイールドカーブの時系列変動を高い精度で近似し、予測の有効性を示した。本論文では、彼らのフレームワークを用いてグローバル因子とローカルの因子の両方を多国間にまたがるイ

ールドカーブの分析に拡張する。Diebold et al. (2008) は、米国、ドイツ、日本、英国の債券利回りの期間構造の実証分析を通して、グローバルイールドファクターが存在することと、それが各国のイールドカーブ変動の主要な部分を占めることを示した。DLY の研究手法は、他の国々の金利の期間構造にも応用できる。

3.1 単一国のイールドカーブモデル

Nelson and Siegel (1987) モデルは、以下の単純な関数形式を使用して、任意の時点でのイールドカーブを表現した。

$$y^i(\tau) = L^i + S^i \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + C^i \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \quad (1)$$

ここで、 $y^i(\tau)$ は、国 i のゼロクーポンイールドであり、 τ は満期までの月数、および L^i, S^i および C^i はモデルパラメータを示す。

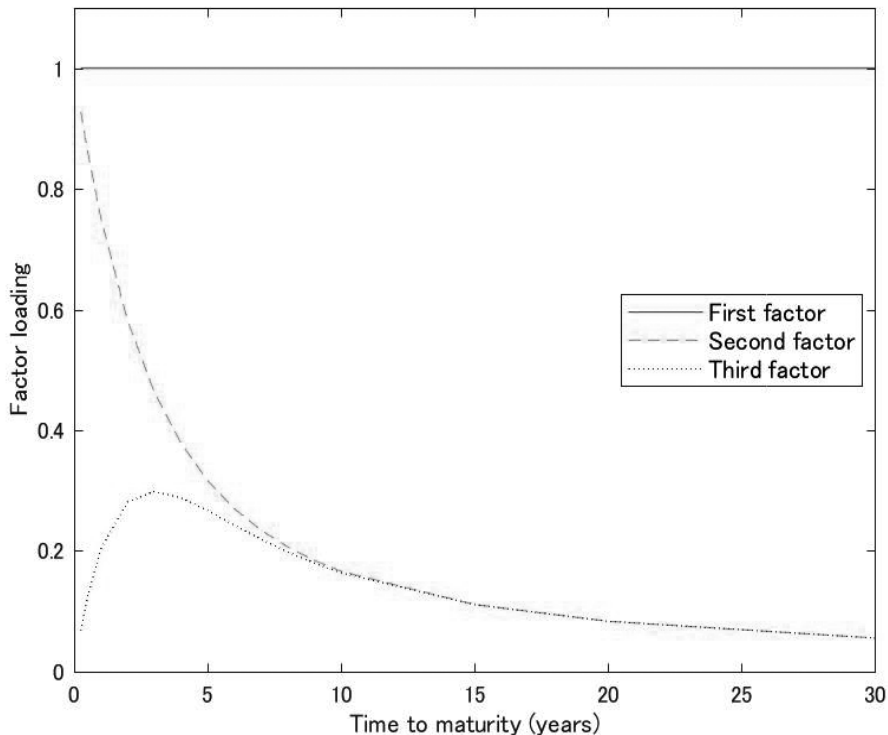
3つのパラメータは因子として解釈できる。このモデルは柔軟性があるため、特定の時点での利回りの期間構造にフィットさせることができるため、金融実務でも利用頻度が高い。時間の経過に伴うイールドカーブの挙動を理解するには、モデルを時変タイプに変更する必要がある。Diebold and Li(2006)は、時変パラメータを導入した。

$$y_t^i(\tau) = L_t^i + S_t^i \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + C_t^i \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) + \varepsilon_{i,t}(\tau) \quad (2)$$

ここで L_t^i, S_t^i, C_t^i は国 i の水準、傾き、曲率因子である。 $\varepsilon_{i,t}(\tau)$ は標準偏差 $\sigma^i(\tau)$ の攪乱項である。図2では、DieboldLiモデルの因子負荷量を示す。第1ファクターの因子負荷量は年限に関して平行、第2ファクターの因子負荷量は年限が長くなるにしたがって徐々に減少、第3ファクターの因子負荷量は中期ゾーンを最大値として山型の形状をしていることが確認できる。

本論文の目標は、グローバルモデルを推定することである。そのための予備的考察とし

図2 DieboldLiモデルの因子負荷量



(注) $\lambda = 0.0609$ といった Diebold and Li モデルの因子負荷量を示す。

て、国ごとに Diebold and Li (2006) モデルを用いて、水準、傾き、および曲率係数 (L_t^i , S_t^i, C_t^i , $t = 1, \dots, T$) および $i = 1, \dots, N$ を最小二乗法により推定する。図 3 は、1995年1月から2019年6月までの月次イールドカーブを使用して、推定方法で取得された、ローカルな水準、傾き、および曲率因子の係数の推定値を示している。

図 4 は、Diebold-Li モデルで推定された国別の期間構造因子の第一主成分を示す。国別の水準、傾き、曲率因子の主成分は、第一主成分の寄与度が高いことが確認できることから、各国イールドカーブに共通の“グローバル因子”の存在が示唆される。

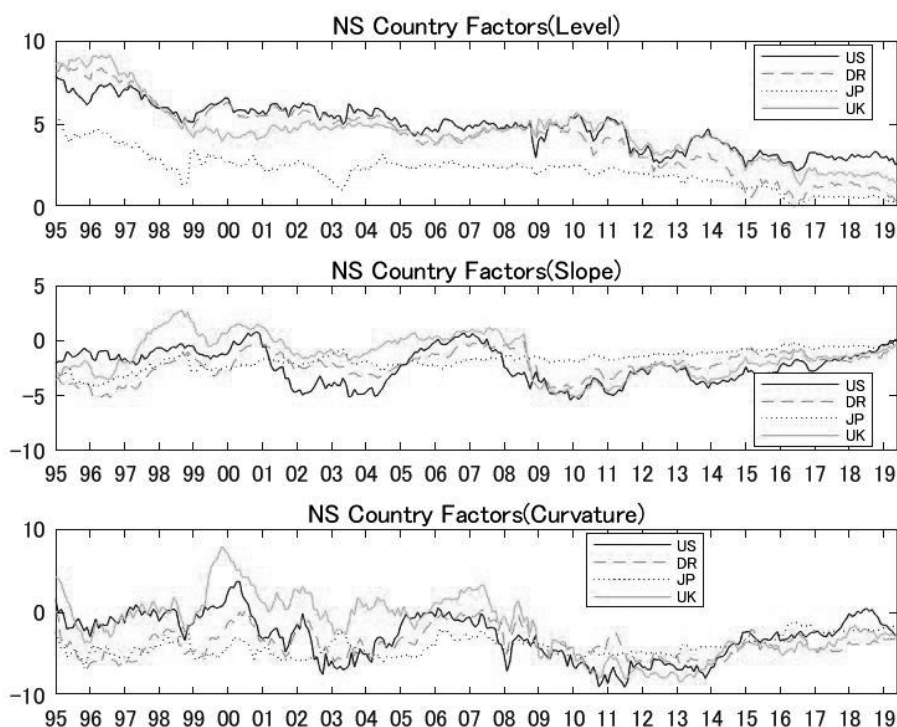
3.2 複数国のイールドカーブモデル

本節では、DLY の状態空間表現について説明する。DLY に従って、単一国のモデルを複数国のモデルに拡張する。以下では同モデルを「グローバル債券モデル」と表す。ここでは、グローバルイールドカーブ $Y_t(\tau)$ は、因子と同様に観察不可能と仮定する。

$$Y_t(\tau) = L_t^g + S_t^g \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + C_t^g \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) + V_t(\tau) \quad (3)$$

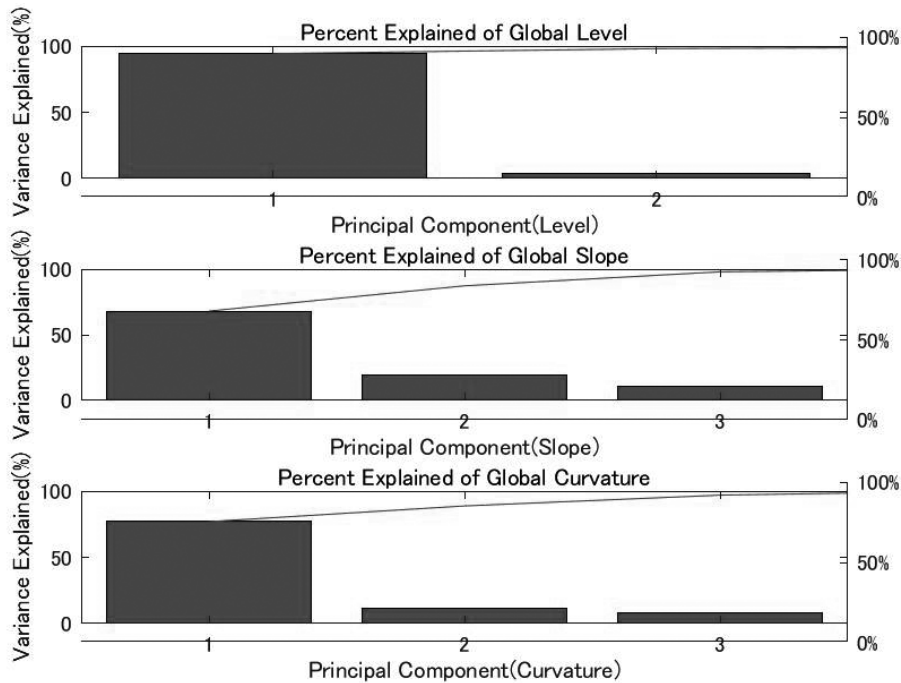
ここで、 $Y_t(\tau)$ はグローバルイールドカーブ L_t , S_t および C_t はグローバル因子である。上記を仮定すると、各国の期間構造因子は、グローバル因子とローカル因子から説明できる。

図 3 国別の Diebold-Li モデルの期間構造因子の時系列推移



(注) 図は、1995年1月から2019年6月までの月次ゼロクーポンイールドカーブを使用して、Diebold and Li (2006) の推定法によって得られた水準、傾きおよび曲率因子の推定値を示す。図から各因子の時系列は共通の動きを示すことがわかる。

図4 国別の期間構造因子の主成分



(注) 図は、Diebold-Li モデルで推定された国別の期間構造因子の第一主成分を示す。

$$L_t^i = \alpha_i^L + \beta_i^L L_t^g + L_t^{l(i)} \quad (4)$$

$$S_t^i = \alpha_i^S + \beta_i^S S_t^g + S_t^{l(i)} \quad (5)$$

$$C_t^i = \alpha_i^C + \beta_i^C C_t^g + C_t^{l(i)} \quad (6)$$

ここで $i = 1, 2, \dots, N$ について α_i^L, α_i^S および α_i^C は定数であり β_i^L, β_i^S および β_i^C はグローバル因子に関する感応度であり $L_t^{l(i)}, S_t^{l(i)}$ および $C_t^{l(i)}$ はローカル因子である。

3.3 DLY モデルの状態空間

これらの潜在的なグローバル因子は、すべての国で共通である。グローバルイールドカーブ因子は1階の多変量自己回帰過程VAR(1)モデルに従うと仮定すると、状態方程式は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} L_t^g \\ S_t^g \\ C_t^g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{t-1}^g \\ S_{t-1}^g \\ C_{t-1}^g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_t^{L^g} \\ \eta_t^{S^g} \\ \eta_t^{C^g} \end{pmatrix} \quad (7)$$

ここで、 $\Phi_{jk}, j = 1, \dots, 3$ および $k = 1, \dots, 3$ は自己回帰係数を示す L^g, S^g および C^g は、グローバルな水準因子、傾き因子および曲率因子であり、 $L^{l(i)}, S^{l(i)}$ および $C^{l(i)}$ は国 $i = 1, \dots, N$ におけるローカル因子である。 η_t^n は、 $n = L^g, S^g, C^g$ とすると、 $t = t'$ の場合、 $E[\eta_t^n (\eta_{t'}^n)'] = (\sigma^n)^2$ となる攪乱項であり $n = n'$ の場合は0である。

次に、モデルは国別の因子 (L_t^i, S_t^i, C_t^i) をグローバルな因子 (L_t^g, S_t^g, C_t^g) およびその平均は0であるローカル因子 ($L_t^{l(i)}, S_t^{l(i)}, C_t^{l(i)}$) に分解する。本研究では識別に関して2つの仮定を設定する。まず、グローバルな要因と因子負荷量は識別されないため、グローバル因子の誤差は1と仮定する。つまり、 $\sigma^n = 1, n = L^g, S^g, C^g$ とする。第二に、因子と因子負荷量の符号を識別するために、グローバル因子に対する米国の負荷は正であると仮定する。つまり、 $\beta_n^{US} > 0, n = L, S, C$ と仮

定する。

Diebold and Li (2006) のように $\lambda = 0.0609$ に固定する代わりに、各国毎にカルマンフィルターによって λ_i を推定し、 λ_g を 4 カ国の推定値を λ_i を平均して求める。国のローカル因子に関する状態方程式は以下のように記述される。

$$\begin{pmatrix} L_t^{l(i)} \\ S_t^{l(i)} \\ C_t^{l(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{i,11} & \phi_{i,12} & \phi_{i,13} \\ \phi_{i,21} & \phi_{i,22} & \phi_{i,23} \\ \phi_{i,31} & \phi_{i,32} & \phi_{i,33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{t-1}^{l(i)} \\ S_{t-1}^{l(i)} \\ C_{t-1}^{l(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_t^{L^{l(i)}} \\ \eta_t^{S^{l(i)}} \\ \eta_t^{C^{l(i)}} \end{pmatrix} \quad (8)$$

ここで、 $\phi_{i,jk}, j = 1, \dots, 3$ および $k = 1, \dots, 3$ は自己回帰係数を示す。 η_t^n は $E(\eta_t^n (\eta_t^n)') =$

$(\sigma_i^n)^2, n = L^{l(i)}, S^{l(i)}, C^{l(i)}$ を満たす攪乱項であり、 $i = i'$ であれば $t = t', n = n'$ であれば 0 である。本論文では、グローバル因子およびローカル因子の攪乱項は直交条件を仮定する。また、Diebold et al. (2008) が行った多段階推定方法と異なり、イーロードカーブのパネルデータを用いてすべての未知パラメータを同時推定する。

3.3.1 観測方程式

債券利回りのパネルデータの観測方程式は、次の式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} y^1(\tau_1) \\ y^1(\tau_2) \\ \vdots \\ y^1(\tau_J) \\ \vdots \\ y^N(\tau_J) \end{pmatrix}_{NJ \times 1} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} \alpha_1^L \\ \alpha_1^S \\ \alpha_1^C \\ \vdots \\ \alpha_N^L \\ \alpha_N^S \\ \alpha_N^C \end{pmatrix} + \mathbf{B} \begin{pmatrix} L_t^g \\ S_t^g \\ C_t^g \end{pmatrix} + \mathbf{A} \begin{pmatrix} L_t^{l(1)} \\ S_t^{l(1)} \\ C_t^{l(1)} \\ \vdots \\ L_t^{l(N)} \\ S_t^{l(N)} \\ C_t^{l(N)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t}(\tau_1) \\ \varepsilon_{1,t}(\tau_2) \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,t}(\tau_J) \\ \vdots \\ \varepsilon_{N,t}(\tau_J) \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$= \mathbf{A} \begin{pmatrix} \alpha_1^L \\ \alpha_1^S \\ \alpha_1^C \\ \vdots \\ \alpha_N^L \\ \alpha_N^S \\ \alpha_N^C \end{pmatrix} + \mathbf{C} \begin{pmatrix} L_t^g \\ S_t^g \\ C_t^g \\ L_t^{l(1)} \\ S_t^{l(1)} \\ C_t^{l(1)} \\ \vdots \\ L_t^{l(N)} \\ S_t^{l(N)} \\ C_t^{l(N)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t}(\tau_1) \\ \varepsilon_{1,t}(\tau_2) \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,t}(\tau_J) \\ \vdots \\ \varepsilon_{N,t}(\tau_J) \end{pmatrix}$$

ここで N は国の数、 J は残存期間数を示す。

$$\mathbf{A}_{NJ \times 3N} = \begin{pmatrix} 1 & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} \right) & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \right) & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} \right) & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \right) & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau_J} \right) & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \right) \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{B}_{NJ \times 3} = \begin{pmatrix} \beta_L^1 & \beta_S^1 \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} \right) & \beta_C^1 \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \right) \\ \beta_L^1 & \beta_S^1 \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} \right) & \beta_C^1 \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau_2} - e^{-\lambda\tau_1} \right) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_L^N & \beta_S^N \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau_J}}{\lambda\tau_J} \right) & \beta_C^N \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau_J} - e^{-\lambda\tau_J} \right) \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$C_{C=[BA]} = \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} \quad (12)$$

本論文のアプローチでは、グローバルイールドやグローバル因子を観察する必要はない。グローバルイールド Y_t は状態空間表現上に表記されない。その代わりに、観測された国別のイールドを潜在的なグローバルイールド因子 L_t^g, S_t^g および C_t^g に関連付ける。カルマン smoother により L_t^g, S_t^g および C_t^g は推定される。

3.4 パラメータ推定方法

観測方程式および状態方程式の攪乱項の正規性を仮定した DLY モデルの場合、最尤推定値は、Diebold and Li (2006) の単一国モデルと同様に、状態空間形式のモデルにカルマンフィルターを適用することで推定できる。前章で説明した観測方程式と状態方程式を使用して、同時推定を試みる。単一国の因子に関する分析から因子間の相関関係が小さいことを踏まえ、式 (7) および (8) によ

て与えられる VAR の自己回帰係数は対角行列であることを仮定する。

4 推定結果

本節では、グローバル債券モデルで得られた分析結果を報告する。まず、パラメータの推定値を評価する。次に、国別因子の分散分解を通じてグローバル分散とローカル分散の比率を計算することにより、グローバル因子の個別因子に対する説明力を検証する。

4.1 グローバル債券モデルの推定値

表 1 は、1995年 1 月から 2019年 6 月までの月次イールドカーブを使用して得られた期間構造モデルの推定値を示す。同表は、推定パラメーターと標準偏差を示している。表から上記の同時推定方式で推定されたパラメーターは概ね統計的に有意であることがわかる。

図 5 は、1995年 1 月から 2019年 6 月のデータを用いてグローバル債券モデルで推定されたグローバル因子を実線、Diebold-Li モデルで推定された国別因子の第 1 主成分を破線で表したものである。推定されたグローバル因

表 1 グローバル債券モデルの推定値

Mean reversion	Estimates	std									
Φ_{11_g}	0.989	0.012									
Φ_{22_g}	0.978	0.014									
Φ_{33_g}	0.998	0.004									
Mean reversion	Estimates	std	Standard deviation of global and local factor	Estimates	std	Constant term	Estimates	std	Loading on global factor	Estimates	std
ϕ_{11_us}	0.593	0.062	σ_{l_us}	21.092%	1.11%	α_{l_us}	5.000	0.361	β_{l_us}	0.257	0.015
ϕ_{22_us}	0.996	0.005	σ_{s_us}	25.728%	1.64%	α_{s_us}	0.594	0.382	β_{s_us}	0.286	0.021
ϕ_{33_us}	0.846	0.077	σ_{c_us}	43.199%	4.09%	α_{c_us}	3.224	0.682	β_{c_us}	0.480	0.042
ϕ_{11_dr}	0.982	0.005	σ_{l_dr}	4.837%	1.12%	α_{l_uk}	4.275	0.272	β_{l_dr}	0.211	0.011
ϕ_{22_dr}	0.990	0.008	σ_{s_dr}	5.676%	1.14%	α_{s_uk}	-1.481	0.330	β_{s_dr}	0.257	0.016
ϕ_{33_dr}	0.977	0.012	σ_{c_dr}	7.239%	3.20%	α_{c_uk}	4.778	0.708	β_{c_dr}	0.432	0.041
ϕ_{11_jp}	0.998	0.005	σ_{l_jp}	24.207%	1.29%	α_{l_dr}	3.873	0.235	β_{l_jp}	0.048	0.011
ϕ_{22_jp}	0.986	0.010	σ_{s_jp}	27.357%	2.02%	α_{s_dr}	-1.310	0.295	β_{s_jp}	0.057	0.011
ϕ_{33_jp}	0.985	0.010	σ_{c_jp}	51.714%	4.43%	α_{c_dr}	2.707	0.635	β_{c_jp}	0.072	0.032
ϕ_{11_uk}	0.967	0.008	σ_{l_uk}	17.488%	0.72%	α_{l_jp}	3.516	0.184	β_{l_uk}	0.242	0.013
ϕ_{22_uk}	0.965	0.025	σ_{s_uk}	0.004%	1.40%	α_{s_jp}	-1.808	0.180	β_{s_uk}	0.274	0.020
ϕ_{33_uk}	0.965	0.019	σ_{c_uk}	12.531%	0.52%	α_{c_jp}	-0.332	0.452	β_{c_uk}	0.517	0.044

(注) 表は、1995年 1 月から 2019年 6 月までの月次イールドカーブを用いて得られたグローバル債券モデルの推計値と標準偏差を示す。

子と国別因子の水準および傾きの第1主成分との間に密接な関係が確認されている。これらの結果は、国内のイールドカーブを説明する上でのグローバル因子が重要な役割を果たしていることを示している。DLYは、グローバルなインフレと経済活動に関連するグローバル因子（水準・傾き）の重要性を示した。本論文の結果は、3番目のグローバル因子（曲率）も考慮する必要があることを示唆している。

4.2 国別ファクターの分散分解

特定の国の要因の分散は、グローバル分散とローカル分散の比率として評価される。この評価は、各要因の変動の大きさを説明し、利回りの期間構造におけるグローバルな金利変動の影響を説明する。ローカル因子は方程式 (4) および (5) から抽出される。

$$\text{var}(L_t^i) = (\beta_t^L)^2 \text{var}(L_t^g) + \text{var}(L_t^{l(i)}) \quad (13)$$

$$\text{var}(S_t^i) = (\beta_t^S)^2 \text{var}(S_t^g) + \text{var}(S_t^{l(i)}) \quad (14)$$

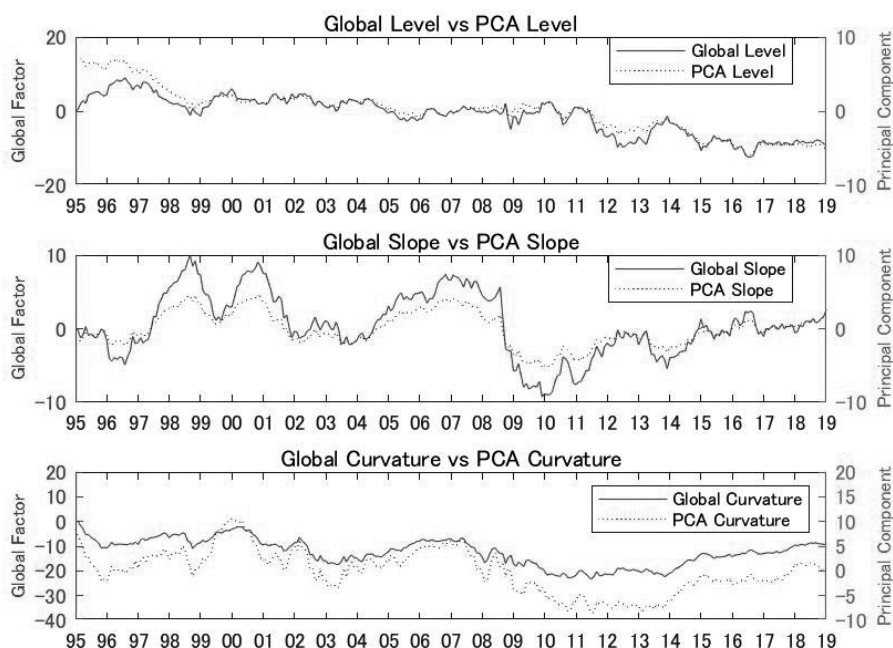
$$\text{var}(C_t^i) = (\beta_t^C)^2 \text{var}(C_t^g) + \text{var}(C_t^{l(i)}) \quad (15)$$

国別の、水準、傾き、曲率因子の変動をグローバル因子変動とローカル因子変動の2つの部分に分解する。表2は、分散分解の結果を示している。グローバルな水準因子の変動は、日本を除く各国の利回りの期間構造の変動の大部分を占めている。表2は、日本の国債のイールドカーブが主にローカル因子によって決定されていることを示している。これは、サンプル期間中の日本の長期にわたる量的金融緩和政策と一致している。

5 外国債券ポートフォリオ管理

ここまでは、国債の利回りからグローバルな要因を抽出することについて説明してきた

図5 グローバル因子と国別の水準・傾き・曲率因子の第一主成分の比較



(注) 図は、1995年1月から2019年6月のデータを用いてグローバル債券モデルで推定されたグローバル因子を実線、Diebold-Liモデルで推定された国別因子の第1主成分を破線で表す。

表2 分散分解の結果

Level Factors				
	US	Germany	Japan	UK
Global Factor	92.2%	44.8%	5.8%	63.2%
Local Factor	7.8%	55.2%	94.2%	36.8%
Slope Factors				
	US	Germany	Japan	UK
Global Factor	57.3%	56.1%	5.4%	72.7%
Local Factor	42.7%	43.9%	94.6%	27.3%
Curvature Factors				
	US	Germany	Japan	UK
Global Factor	89.5%	56.1%	4.8%	78.1%
Local Factor	10.5%	43.9%	95.2%	21.9%

(注) 国ごとに、イールドカーブの水準、傾きおよび曲率因子の変動をグローバル因子とローカル因子の変動の2つの部分に分解する。1995年1月から2019年6月までの月次利回りデータを使用して、モデルを推定している。

が、本章ではグローバルな金利変動リスクをヘッジする目的でグローバル債券モデルの推定値を使用する方法を示す。まず、Nelson-Siegel モデルを用いたファクターデュレーションを説明する。その後、金利スワップを使用してグローバルイールドカーブリスクをヘッジすることを検討する。それを踏まえ、金利スワップのダラーデュレーションと外国債券ポートフォリオのグローバルデュレーションに基づいてヘッジ比率を計算する。最後にイールドカーブリスクをヘッジする投資戦略とヘッジしない投資戦略を構築し、両方の戦略のリターンとリスクプロファイルを比較する。

5.1 Nelson-Siegel モデルを用いたファクターデュレーション

この節では、グローバル債券モデルを使用してグローバルイールドカーブリスクを測定する方法について説明する。国債ポートフォリオが各ベータパラメータに対して中立的になるように、債券とヘッジ手段を使用してグローバルポートフォリオを構築する。そのため、各ベータパラメータに対する任意の債券ポートフォリオの感応度を計算する必要がある。Martellini et al. (2003) に基づき、 $j = 1, \dots, J$ の場合、日付 τ_j 、元本 F_j で示される債券について考察する。国 i のゼロクーポン

イールドを y_i で表す。日付 t における価格 P_0 は、次の式で与えられる。

$$P_t^i(\tau) = \sum_{j=1}^J F_j \cdot \exp^{-\tau_j \cdot y_t^i(\tau_j)} \quad (16)$$

Nelson-Siegel モデルでは、 $t = 0$ 時点で、ダラー・デュレーション (または $\$Dur$) ⁽¹⁾ は $D^L = \frac{\partial P_0}{\partial L}$, $D^S = \frac{\partial P_0}{\partial S}$ および $D^C = \frac{\partial P_0}{\partial C}$ となるから、本論文では、各時点の国 i のファクターデュレーションを以下で計算する。

$$D_{i,t}^L(\tau) = - \sum_{j=1}^J \tau_j \cdot F_j \cdot e^{-y_t^i(\tau_j)} \quad (17)$$

$$D_{i,t}^S(\tau) = - \sum_{j=1}^J \tau_j \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda \tau_j}}{\lambda \tau_j} \right) F_j \cdot e^{-y_t^i(\tau_j)} \quad (18)$$

$$D_{i,t}^C(\tau) = - \sum_{j=1}^J \tau_j \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda \tau_j}}{\lambda \tau_j} - e^{-\lambda \tau} \right) F_j \cdot e^{-y_t^i(\tau_j)} \quad (19)$$

5.2 金利リスクの一般的な定式化

グローバルに分散された国債ポートフォリオを国 i のイールド $y_t^i(\tau)$ と価格 $P(y_t^i)$ を用いてヘッジすることを想定する。

分析手法としては、ヘッジ資産が H_t で表されることを考慮し、初期ポートフォリオに投資された価値 P_t とヘッジ比率 ϕ_t を用いてグ

ローバル債券ポートフォリオを構築する。目標は、グローバル国債ポートフォリオをグローバルな水準 (L_t)、傾き係数 (S_t)、または曲率係数 (C_t) の変動に影響されないように構築することである。

Martellini et al. (2003) に倣い、ヘッジされたポートフォリオ $P(y_{i,t})^*$ は以下のとおり示される。

$$P^*(y_t^i) = P(y_t^i) - \phi_t H(y_t^{i,H}) \quad (20)$$

$$dP^*(y_t^i) \simeq [P'(y_t^i) - \phi_t H'(y_t^{i,H})] dy = 0 \quad (21)$$

ここで $y_t^{i,H}$ は国 i のヘッジ資産を示す。上記の式は以下のとおりに展開される。

$$\phi_t \$Dur(H(y_t^{i,H})) = \$Dur(P(y_t^i)) \quad (22)$$

最終的に以下が導出される。

$$\phi_t = \frac{\$Dur(P(y_t^i))}{\$Dur(H(y_t^{i,H}))} \quad (23)$$

5.3 金利リスクをヘッジしない場合の債券ポートフォリオ

上記のヘッジ方法を採用して、米国、ドイツ、日本、英国に投資する債券戦略を構築する。国債ポートフォリオのリターンを計算するには、まずゼロクーポン国債のポートフォリオ価値を集計する。10年満期の場合、10年満期債を購入し、1か月間売却し、翌月に10年満期債を買い戻すと仮定して、戦略の月次リターンを計算する。世界のイールドカーブリスクをヘッジせずに国 i の債券の月次リターン $r_{i,t}^{\text{non-hedge}}$ は、ゼロクーポン債のキャピタルゲイン（ロス）とロールダウンで構成される。ゼロクーポンイールドカーブを使用するために、戦略の月次リターンを以下で計算する。

$$r_{i,t}^{\text{non-hedge}} = \left[\log \frac{P_t^i(10)}{P_{t-1}^i(10)} + \frac{1}{12} Dur_{i,t}(9) \times (y_t^i(10) - y_t^i(9)) \right] \quad (24)$$

4 通貨建債ポートフォリオの米ドルベースの月次リターン $r_{p,t}^{\text{non-hedge}}$ を計算する⁽²⁾。

$$r_{p,t}^{\text{non-hedge}} = \frac{1}{4} (r_{us,t}^{\text{non-hedge}} + r_{de,t}^{*,\text{non-hedge}} + r_{jp,t}^{*,\text{non-hedge}} + r_{uk,t}^{*,\text{non-hedge}}) \quad (25)$$

5.4 ヘッジ資産のリターンの計算

式 (27) を適用すると、国 i の金利スワップリターン $r_{i,t}^{\text{irs}}$ が3つの要因に分解される。本研究では、リフィニティブ Eikon データベースからの1998年9月から2019年6月までのパーイールドを使用した通貨 i の金利スワップを用いて水準、傾き、曲率因子を計算する。

$$r_{i,t}^{\text{irs}} = D_{i,t}^{L^{\text{irs}}} \Delta I_t^{\text{irs}} + D_{i,t}^{S^{\text{irs}}} \Delta S_t^{\text{irs}} + D_{i,t}^{C^{\text{irs}}} \Delta C_t^{\text{irs}} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \Delta I_{i,t}^{\text{irs}} &= \Delta y_{i,t}^{\text{irs},(10)} \\ \Delta S_{i,t}^{\text{irs}} &= \Delta y_{i,t}^{\text{irs},(10)} - \Delta y_{i,t}^{\text{irs},(2)} \\ \Delta C_{i,t}^{\text{irs}} &= \Delta y_{i,t}^{\text{irs},(5)} - (\Delta y_{i,t}^{\text{irs},(10)} + \Delta y_{i,t}^{\text{irs},(2)})/2 \end{aligned} \quad (27)$$

5.5 金利スワップを用いてグローバルイールドのリスクをヘッジする方法

グローバルな水準、傾き、曲率のリスクをヘッジするために、ヘッジ比率 ϕ を検討する。これらにより、債券ポートフォリオはグローバルイールドに関するリスクをヘッジすることができる。ヘッジ資産に投資される最適な金額は、ヘッジ手段の $\$Dur$ とヘッジされる債券ポートフォリオの $\$Dur$ の比率に等しくなる。

債券の損失(利益)は、ヘッジ資産の利益(損失)で相殺される。グローバル因子へのヘッジエクスポージャーを定量化するために、グローバル債券モデルによって推定された各国因子のグローバル因子に対する感応度 β_i^L, β_i^S および β_i^C を用いる。ここではヘッジ資産として、ビッドアスクスプレッドが狭く、取引

コストの削減が図られる金利スワップを使用する。ヘッジ比率は以下のように計算する。

$$\phi_{i,t}^L = \frac{D_{i,t}^L(\tau)}{D_{i,t}^{Lirs}(\tau)}, \phi_{i,t}^S = \frac{D_{i,t}^S(\tau)}{D_{i,t}^{Sirs}(\tau)}, \phi_{i,t}^C = \frac{D_{i,t}^C(\tau)}{D_{i,t}^{Cirs}(\tau)} \quad (28)$$

ここで

$$D_{i,t}^L(\tau) = \frac{\partial P}{\partial L^g} = \frac{\partial P}{\partial L^{i,t}} \cdot \frac{\partial L_{i,t}}{\partial L^g} = - \sum_{j=1}^J \tau \cdot \beta_{i,t}^L \cdot F_i \cdot e^{-y_i^L(\tau)} \quad (29)$$

$$D_{i,t}^S(\tau) = \frac{\partial P}{\partial S^g} = \frac{\partial P}{\partial S^{i,t}} \cdot \frac{\partial L_{i,t}}{\partial L^g} = - \sum_{j=1}^J \tau \cdot \beta_{i,t}^S \cdot F_i \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) e^{-y_i^S(\tau)} \quad (30)$$

$$D_{i,t}^C(\tau) = \frac{\partial P}{\partial C^g} = \frac{\partial P}{\partial C^{i,t}} \cdot \frac{\partial L_{i,t}}{\partial L^g} = - \sum_{j=1}^J \tau \cdot \beta_{i,t}^C \cdot F_i \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) e^{-y_i^C(\tau)} \quad (31)$$

5.6 グローバルイールドのリスクをヘッジした債券ポートフォリオの計算方法

上記のヘッジ比率を使用して、グローバルな水準、傾き、または曲率のリスクをヘッジするポートフォリオのリターンは、それぞれ以下のように与えられる⁽³⁾。

$$r_{p,t}^{\text{hedge}^{L,t}} = r_{p,t}^{\text{non-hedge}} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi_{i,t}^L D_{i,t}^{Lirs} \Delta L_{i,t}^{*,irs} \quad (32)$$

$$r_{p,t}^{\text{hedge}^{S,t}} = r_{p,t}^{\text{non-hedge}} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi_{i,t}^S D_{i,t}^{Sirs} \Delta S_{i,t}^{*,irs} \quad (33)$$

$$r_{p,t}^{\text{hedge}^{C,t}} = r_{p,t}^{\text{non-hedge}} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi_{i,t}^C D_{i,t}^{Cirs} \Delta C_{i,t}^{*,irs} \quad (34)$$

$$r_{p,t}^{\text{hedge}^{L,t,S,t}} = r_{p,t}^{\text{non-hedge}} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_{i,t}^L D_{i,t}^{Lirs} \Delta L_{i,t}^{*,irs} + \phi_{i,t}^S D_{i,t}^{Sirs} \Delta S_{i,t}^{*,irs}) \quad (35)$$

$$r_{p,t}^{\text{hedge}^{L,t,S,t,C,t}} = r_{p,t}^{\text{non-hedge}} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_{i,t}^L D_{i,t}^{Lirs} \Delta L_{i,t}^{*,irs} + \phi_{i,t}^S D_{i,t}^{Sirs} \Delta S_{i,t}^{*,irs} + \phi_{i,t}^C D_{i,t}^{Cirs} \Delta C_{i,t}^{*,irs}) \quad (36)$$

5.7 パフォーマンス評価

表3は、年間収益率、標準偏差、下方偏差、およびシャープレシオを示している⁽⁴⁾。また、その結果を、実務家が外国債券ポートフォリオのベンチマークとして使用されているFTSEWGBIと比較する。表3からFTSEと比較して、グローバルな水準因子をヘッジした戦略は、高いリスク調整済みリターンを示すことがわかる。図6は、戦略の累積リターンを示す。図6は、サンプル期間中の安定した累積リターンを示している。図6から、2008年の世界金融危機後、戦略のパフォーマンスの違いが表れ、イールドカーブのグローバルな水準リスクをヘッジする戦略が安定したリターンを獲得していることがわかる。これは、グローバルな水準因子をヘッジした戦略が金利の急上昇によるパフォーマンスの低下を回避していることを示唆する。上記の分析結果

表3 投資戦略のパフォーマンス

Strategy	Return	Risk	Downside Deviation	Return/Risk	Sharp Ratio
No Hedge	4.26%	6.02%	3.53%	0.708	0.313
Global Level Hedge	3.94%	5.19%	3.05%	0.760	0.302
Global Slope Hedge	4.25%	5.97%	3.51%	0.712	0.314
Global Curvature Hedge	4.25%	5.99%	3.51%	0.710	0.314
Global Level+Slope Hedge	3.94%	5.14%	3.02%	0.765	0.303
Global Level+Slope+Curvature Hedge	3.93%	5.12%	3.00%	0.769	0.305
FTSE WGBI	3.79%	6.56%	3.96%	0.577	0.215

(注) 表は戦略別のパフォーマンスを示す。リターン、標準偏差、下方偏差およびシャープレシオは年率換算している。シャープレシオの計算に使用される超過リターンは、リスクフリー資産として3か月国債レートを 사용하여計算する。下方偏差は、ゼロを下回るリターンに焦点を当てたリスク尺度である。

図6 投資戦略の累積リターン比較



(注) 図は、サンプル期間における各戦略の累積リターンを示す。

は、提案されたセミヘッジ戦略がグローバルなイールドカーブリスクの悪化を回避することおよび、外国債券ポートフォリオは、グローバル債券モデルを使用して管理できることを意味する。本研究で示された手法は、外国債券ポートフォリオの新たな投資戦略として資産運用の実務に応用可能である。

6 結論と課題

2000年代後半の金融危機が、金融市場の世界規模での相互依存関係を明らかにしたとおり、多国間に跨るイールドカーブを統一的に評価する枠組みは近年重要性を増している。本研究では、先進国のイールドカーブのパネルデータを用いた Diebold et al. (2008) モデ

ルを応用して外国債券ポートフォリオの管理に取り組んだ。本研究では、米国、ドイツ、日本、英国の1995年1月～2019年6月までの月次国債イールドカーブデータを用いて、グローバル因子とローカル因子を抽出した。分析の結果、グローバルなイールドカーブリスクをヘッジする投資戦略は、優れたリターンリスクプロファイルを示すことが分かった。本研究で示された手法は、外国債券ポートフォリオの新たなリスク管理手法として実務に応用可能である。

【参考文献】

Barrett, W Brian, Thomas F Gosnell, and Andrea J Heuson, "Yield curve shifts and the selection of immunization

- strategies,” *The Journal of Fixed Income*, 1995, 5 (2), 53-64.
- Bernanke, Ben et al., “Global imbalances: recent developments and prospects,” *Bundesbank Lecture speech*, September, 2007, 4, 18.
- Diebold, Francis X and Canlin Li, “Forecasting the term structure of government bond yields,” *Journal of econometrics*, 2006, 130 (2), 337-364.
- , —, and Vivian Z Yue, “Global yield curve dynamics and interactions: a dynamic Nelson-Siegel approach,” *Journal of Econometrics*, 2008, 146 (2), 351-363.
- Gargano, Antonio, Davide Pettenuzzo, and Allan Timmermann, “Bond return predictability: Economic value and links to the macroeconomy,” *Management Science*, 2019, 65 (2), 508-540.
- Lee, Thomas and Ram Willner, “Measuring the duration of an internationally diversified bond portfolio,” *Journal of Portfolio Management*, 1997, 24 (1), 93.
- Martellini, Lionel, Philippe Priaulet, and Stéphane Priaulet, *Fixed-income securities: valuation, risk management and portfolio strategies*, Vol. 237, John Wiley & Sons, 2003.
- Nelson, Charles R and Andrew F Siegel, “Parsimonious modeling of yield curves,” *Journal of business*, 1987, pp. 473-489.
- Sutton, Gregory D, “Is there excess comovement of bond yields between countries?,” *Journal of International Money and Finance*, 2000, 19 (3), 363-376.
- Willner, Ram, “A new tool for portfolio managers: Level, slope, and curvature durations,” *The Journal of Fixed Income*, 1996, 6 (1), 48-59.

【注】

- (1) リスクファクターの変化に関する債券価値の変化
- (2) $r_{i,t}^*$ は、国 i の債券ポートフォリオの収益が米ドルに換算されることを意味する。
- (3) $L_{i,t}^*, S_{i,t}^*$ および $C_{i,t}^*$ は $L_{i,t}, S_{i,t}$ および $C_{i,t}$ がドル建てに変換されていることを示す。
- (4) シャープレシオの計算に使用される超過収益は、3か月のT-billレートをリスクフリー資産として計算される。下方偏差(downside deviation)は、各戦略のゼロを下回るリターンに焦点を当てた下振れリスクの尺度である。

(こばやし・たけし)